Ces remarques sur le texte de Poincaré montrent clairement que c'est bel et bien la philosophie qui opère la délimitation entre la logique et les mathématiques. Comment? nous le savons déjà: par leur localisation dans l'espace philosophique. Par conséquent, l'examen de cette distinction exige celle de la localisation.

Tout d'abord, la logique: 1904 (SM 123-124):

> Comment se fait-il qu'il y a tant d'esprits qui se refusent à comprendre les mathématiques? N'y a-t-il pas là quelque chose de paradoxal? Comment, voilà une science qui ne fait appel qu'aux principes fondamentaux de la logique, au principe de contradiction, par exemple, à ce qui fait pour ainsi dire le squelette de notre entendement, à ce qu'on ne saurait dépouiller sans cesse de penser, et il y a des gens qui la trouvent obscure!

1908 (SM 44):

> Comment se fait-il qu'il y ait des gens qui ne comprennent pas les mathématiques? Si les mathématiques n'invoquent que les règles de la logique, celles qui sont acceptées par tous les esprits bien faits; si leur évidence est fondée sur des principes qui sont communs à tous les hommes et que nul ne saurait nier sans être fou, comment se fait-il qu'il y ait tant de personnes qui y soient totalement réfractaires?

Paradoxalement, mathématiques et logique semblent ici assimilées; c'est l'effet de l'intention de Poincaré dans ces deux textes - mais tel n'est pas notre propos. Ce qu'il nous importe de voir, c'est que toute pensée, au moins objective, est la mise en oeuvre des règles de la logique; il n'y a pour ainsi dire pas d'intermédiaire entre l'esprit comme ensemble de facultés intellectuelles et la logique comme discipline: la logique est l'explication d'une partie des structures de l'esprit qu'ainsi Poincaré peut spécifier comme ce à quoi les données des sens sont primitivement confrontées: si, de cette confrontation, découle une contradiction, alors l'expérience fournit à l'esprit l'occasion de créer un système de symboles permettant de résoudre la contradiction (ce que nous avons vu à propos du continu mathématique). Nous le voyons: chez Poincaré, le terme de logique désigne aussi bien l'ensemble des lois de la pensée que le corps de doctrine aristotélicien; et si la logique se distingue néanmoins de la psychologie et de la philosophie, c'est d'abord, par son caractère purement formel. Mais cette ambiguïté - ou plutôt cette assimilation - entre ensemble de structures et discipline a une fonction philosophique: celle de justifier la discipline dans l'espace philosophique; les principes d'identité et de contradiction, ainsi que le syllogisme, sont des données qui, d'un point de vue philosophique, ne sont pas criticables.

Et les mathématiques? elles utilisent, ne serait-ce qu'en tant que forme de pensée, la logique; mais Poincaré insiste , jusqu'à sa mort, sur le fait qu'elles ne s'y réduisent pas. Qu'ont-elles de plus, et quelles en sont les conséquences pour sa localisation?

Les mathématiques, nous l'avons vu, font usage du principe d'induction complète; ce principe doit être admis au nombre des axiomes sous peine de cercle vicieux, car sa démonstration exigerait un raisonnement par récurrence; or, en tant que tel, il est irréductible à la logique; en effet, la caractéristique du raisonnement par récurrence est (SH 20): "qu'il contient, condensés pour ainsi dire en une formule unique, une infinité de syllogismes"; il est (SH 22) "un instrument qui permet de passer du fini à l'infini". Or, la méthode analytique de la logique consiste à vérifier une assertion en substituant aux termes qui la constituent leur définition jusqu'à ce que l'on parvienne à une tautologie; ainsi, pour peu qu'un théorème mathématique soit établi par récurrence, la logique peut en fournir quelques vérifications, mais non point toutes, puisqu'elles devraient être en nombre infini; autrement dit, la logique échoue devant l'infini, et, selon Poincaré, par conséquent, aussi devant le général. Par la méthode logique "...nous ne nous élèverions jamais jusqu'au théorème général, applicable à tous les nombres, qui seul peut être objet de science. Pour y arriver, il faudrait une infinité de syllogismes, il faudrait franchir un abîme que la patience de l'analyste, réduit aux seules ressources de la logique formelle, ne parviendra jamais à combler." (SH 21). Ainsi, ce qui, selon Poincaré, distingue les mathématiques de la logique, c'est tout d'abord un de leurs objets, l'infini, qui leur prête leur caractère de scientificité. Que dire de cet "objet"? Poincaré le spécifie - selon sa méthode habituelle - non pas tant par sa fonction conceptuelle dans une théorie mathématique qu'en le rapportant aux catégories philosophiques posées en début d'article: c'est grâce à la notion d'infini que les mathématiques ne se réduisent pas à une "immense tautologie" (SH 10); elle leur prête le caractère synthétique et inductif nécessaire à la production de vérités nouvelles; c'est pourquoi le principe d'induction est désigné comme "le véritable type du jugement synthétique <u>a priori</u>." (SH 23)

Les mathématiques ont donc une démarche synthétique que la logique n'a pas; mais cette affirmation ne suffit pas: dans l'optique de Poincaré, elle requiert une justification puisqu'elle fait éclater les liens entre rigueur et analycité, d'une part, induction et révisabilité d'autre part. Or, dans une telle configuration de l'espace philosophique, une justification (philosophique) ne peut être qu'une référence à une réalité donnée, que la désignation d'une correspondance, d'un lien entre concept mathématique et réalité (esprit et/ou sensations); très exactement, la justification telle que la donne Poincaré - c'est un procédé courant et même constitutif de bien des discours philosophiques tels qu'ils fonctionnent dans notre idéologie - est un dédoublement : en l'occurrence, nous avons l'infini en tant qu'il fonctionne dans les mathématiques, et, d'autre part, le nombre indéfini des répétitions possibles d'une opération intellectuelle (SH 23-24). Notons en passant que ce dédoublement philosophique a chez Poincaré un effet sur la notion mathématique d'infini: nous verrons dans une étude ultérieure sur la polémique de Poincaré contre le Cantoriens qu'une telle position philosophique induit une distinction (philosophique) entre infini potentiel et infini actuel, pour ne donner d'existence mathématique qu'au premier: n'est-ce pas là un effet en retour de la philosophie à l'intérieur des mathématiques?

Dédoublement: cette opération philosophique ne suffit pas: il faut encore que ce lien soit vérifiable et perceptible; cette fonction, c'est l'intuition qui la remplit:

> Pourquoi donc ce jugement < induction complète > s'impose-t-il à nous avec une irrésistible évidence? C'est qu'il n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible. L'esprit a de cette puissance une intuition directe et l'expérience ne peut être pour lui qu'une occasion de s'en servir et par là d'en prendre connaissance. (SH 23-24).

Ce lien avec l'esprit nous assure de la rigueur et de la non-révisabilité des mathématiques, car l'esprit est une instance non pas extérieure à nous, comme le monde de la physique; il est lisible directement par intuition. Cette intuition de la répétabilité indéfinie d'une opération possible de l'esprit qui justifie et assure la certitude (philosophique) du principe d'induction nous permet de comprendre aussi pourquoi l'infini est traité comme objet (référence à quelque chose qui existe dans la réalité extérieure à la théorie) et non comme ensemble de marques dans le discours mathématiques ayant un effet théorique.

Dans d'autres textes, Poincaré donne une autre spécification de cette intuition utile, à notre propos: en 1900 (VS33), il la nomme "intuition du nombre pur", "la seule qui ne puisse nous tromper". Cette désignation est à rapprocher d'un texte de 1897 (VS 110):

> Le seul objet naturel de la pensée mathématique, c'est le nombre entier. C'est le monde extérieur qui nous a imposé le continu, que nous avons inventé sans doute, mais qu'il nous a forcés à inventer.
>
> Sans lui il n'y aurait pas d'analyse infinitésimale; toute la science mathématique se réduirait à l'arithmétique ou à la théorie des substitutions.

Et d'un autre texte de 1904 (SM 143):

> On voit quel rôle jouent dans tout ceci les images géométriques; et ce rôle est justifié par la philosophie et l'histoire de la science. Si l'arithmétique était restée pure de tout mélange avec la géométrie, elle n'aurait connu que le nombre entier; c'est pour s'adapter

aux besoins de la géométrie qu'elle a inventé autre chose.

Nous le voyons: l'induction complète est encore le procédé mathématique le plus proche, de l'esprit et donc de la logique; néanmoins cet axiome n'est pas lui-même présenté comme une structure de nos facultés intellectuelles, mais comme l'intuition de la répétabilité de leurs opérations (du reste la conscience de la répétabilité joue aussi un rôle dans la construction du continu mathématique).

Donc, si la logique se situe à la limite extrême du savoir, les mathématiques, elles, se jouent à l'intérieur de l'espace défini par l'esprit et les sensations; elles sont constituées par leurs relations réciproques; c'est ce qui, pour Poincaré, garantit leur utilité; elles ne sont pas une science expérimentale, mais elles ont néanmoins un rapport à l'expérience.

C'est surtout par l'usage de l'intuition que Poincaré distingue mathématiques et logique; non qu'il refuse tout à fait à la logique cet usage: ses principes nous sont en effet donnés dans un acte d'intuition (cf. VS 32-33); mais ses raisonnements, étant analytiques, ne requièrent plus l'usage de l'intuition, ni pour leur justification, ni pour leur compréhension. Par contre, les mathématiques, comme science constituée dans le jeu réciproque de l'esprit et de l'expérience, comme démarche synthétique, doivent constamment y recourir. C'est là un thème invariable chez Poincaré; l'intuition du nombre pur est constitutive des mathématiques puisque sur elle repose un axiome; l'intuition sensible "appel aux sens et à l'imagination" (VS 33), permet à la fois de soutenir le raisonnement mathématique par l'imagination et de fournir l'occasion de découvertes (par analogie avec d'autres sciences, la géométrie en particulier, ou par la nécessité de résoudre une contradiction des données des sens); enfin, l'intuition de l'ordre des notions et des démarches mathématiques nous montre l'unité d'un raisonnement; les deux derniers types d'intuitions sont, pour Poincaré, des conditions nécessaires à la compréhension des mathématiques. Mais l'intuition ne fait pas partie du discours mathématique: elle a, dans tous les cas, une fonction philosophique comme référence à une réalité donnée (SM 136, 1904):

> C'est par elle que le monde mathématique reste en contact avec le monde réel et quand les mathématiques pures pourraient s'en passer, il faudrait toujours y avoir recours pour combler l'abîme qui sépare le symbole de la réalité.

Examinons d'un peu plus près la fonction de l'intuition; pour cela, il nous faut faire un détour et poser une autre question, celle des divers emplois du terme "logique" (et autres mots de la même famille) dans les textes de Poincaré. En voici quelques exemples:

1900 (VS 32):

> Nous croyons dans nos raisonnements ne plus faire appel à l'intution; les philosophes nous dirons que c'est là une illusion. La logique toute pure ne nous mènerait jamais qu'à des tautologies; elle ne pourrait créer du nouveau; ce n'est pas d'elle toute seule qu'aucune science peut sortir.
> Ces philosophes ont raison dans un sens; pour faire l'Arithmétique, comme pour faire la Géométrie, ou pour faire une science quelconque, il faut autre chose que la logique pure. Cette autre chose, nous n'avons pour la désigner d'autre mot que celui d'<u>intuition</u>.

VS 35:

> ...en devenant rigoureuse, la Science mathématique prend un caractère artificiel qui frappera tout le monde; elle oublie ses origines historiques; on voit comment les questions peuvent se résoudre, on ne voit plus comment et pourquoi elles se posent.
> Cela nous montre que la logique ne suffit pas; que la Science de la démonstration n'est pas la Science tout entière et que l'intuition doit conserver son rôle comme complément, j'allais dire comme contrepoids ou comme contrepoison de la logique.

VS 35-36:

> Le logicien décompose pour ainsi dire chaque démonstration en très grand nombre d'opérations élémentaires; quand on aura examiné ces opérations les unes après les autres et qu'on aura constaté que chacune d'elle est correcte, croira-t-on avoir compris le véritable sens de la démonstration? ...
> Evidemment non, nous ne possédons pas encore la réalité tout entière, ce je ne sais quoi qui fait l'unité de la démonstration nous échappera complètement.

VS 37:

> Ainsi, la logique et l'intuition ont chacune leur rôle nécessaire. Toutes deux sont indispensables. La logique qui peut seule donner la certitude est l'instrument de la démonstration: l'intuition est l'instrument de l'invention.

<u>cf.</u> de même le texte déjà cité (p. 9) à propos de l'histoire de l'idée de fonction continue; exemple repris en 1904 dans SM 134.

1904 (SM 133-134):

> Il y a une réalité plus subtile, qui fait la vie des êtres mathématiques, et qui est autre chose que la logique.
> ...Un naturaliste qui n'aurait jamais étudié l'éléphant qu'au microscope croirait-il connaître suffisamment cet animal?
> Il en est de même en mathématiques. Quand le logicien aura décomposé chaque démonstration en une foule d'opérations élémentaires, toutes correctes, il ne possédera pas encore la réalité tout entière; ce je ne sais quoi qui fait l'unité de la démonstration lui échappera complètement.
> Dans les édifices élevés pas nos maîtres, à quoi bon admirer l'oeuvre du maçon si nous ne pouvons comprendre le plan de l'architecte? Or, cette vue d'ensemble, la logique pure ne peut nous la donner, c'est à l'intuition qu'il faut la demander.

SM 137 :

> ...c'estpar la logique qu'on démontre, c'est par l'intuition qu'on invente.

Arrêtons ici cette longue série de citations. Que pouvons-nous dire? La logique est invoquée par Poincaré à la fois pour sa méthode analytique de décomposition qui permet de s'assurer de la rigueur d'un raisonnement et pour sa méthode - rigoureuse - d'exposition des théories mathématiques, faisant alors abstraction de leur origine et de leur histoire (il y a cependant des cas où exposés logique et historique coïncident. (SM 138):

> On a de longs enchaînements de théorèmes où la logique absolue a régné du premier coup et pour ainsi dire tout naturellement, où les premiers géomètres nous ont donné des modèles qu'il faudra constamment imiter et admirer.

Mais Poincaré ne dit pas lesquels.)

Mais si Poincaré utilise la logique dans plusieurs sens, c'est toujours à propos des mathématiques qu'il l'invoque, et cela dans un seul but: pour montrer qu'elle n'est pas suffisante. La fonction - philosophique - de l'intuition - en général citée dans les mêmes contextes que la logique - devient alors claire: elle doit rappeler que, dans les mathématiques, il y a quelque chose de plus que la logique.

Or, les divers sens de l'intuition varient avec ceux de la logique. En effet, si Poincaré désigne l'ensemble des principes de la logique, comme dans les texte de 1894, alors l'intuition est celle du nombre pur: il y a des axiomes qui ne se réduisent pas à ceux de la logique. Si la logique est mentionnée comme méthode d'analyse, Poincaré fait appel à l'intuition de l'ordre qui met en évidence la "réalité plus subtile" du raisonnement mathématique, à savoir son unité; et s'il s'agit de la logique comme méthode d'exposition, le rôle de l'intuition est de rappeler l'origine et l'histoire de la théorie exposée. C'est là une belle confirmation de notre interprétation.

Si Poincaré insiste tant sur le thème de l'intuition, c'est qu'il a conscience (1899, "La logique et l'intuition dans la science mathématique et dans l'enseignement" Oeuvres, Tome 11, p. 130; VS 30-31, 1900; SM 130-131, 1904) d'intervenir dans une conjoncture historique définie principalement par la formalisation et l'"arithmétisation" des mathématiques - utiles et même nécessaires puisqu'elles assurent rigueur et certitude, mais ne permettant pas une véritable compréhension des mathématiques en faisant bon marché de l'origine des notions - et par les nouveaux développements de la logique dont il prit connaissance vers 1905. Nous traiterons de l'intervention de Poincaré dans cette conjoncture dans une étude ultérieure; disons toutefois que les développements de la logique admis par Poincaré comme scientifiques reposent, selon lui, sur des jugements synthétiques a priori; cette solution présente l'avantage pour Poincaré qu'elle ne touche pas ses positions philosophiques sur les rapports entre logique formelle et mathématiques; et effectivement, ces positions, que nous venons d'examiner, resteront permanentes - après la lecture de Couturat, Peano et Russell, et jusqu'à sa mort.

C. Mathématiques et langage

Nous aimerions maintenant faire quelques remarques sur un thème diffus dans l'oeuvre de Poincaré dont les premières formulations remontent environ aux années 1900: celui des relations entre mathématiques et langage. Pour cela, le mieux est de réunir quelques textes:

1902 (VS 158):

> Bien qu'une infinité de faits possibles soient susceptibles de ce même énoncé: il fait noir, je saurai toujours si le fait réalisé rentre ou ne rentre pas parmi ceux qui répondent à cet énoncé. Les faits sont classés en catégories, et si l'on me demande si le fait que je constate rentre ou ne rentre pas dans telle catégorie, je n'hésiterai pas.
> Sans doute cette classification comporte assez d'arbitraire pour laisser à la liberté ou au caprice de l'homme une large part. En un mot, cette classification est une convention. Cette convention étant donnée, si l'on me demande: tel fait est-il vrai? je saurai toujours que répondre, et ma réponse me sera imposée par le témoignage de mes sens.
> Si donc pendant une éclipse, on demande: fait-il noir? tout le monde répondra oui. Sans doute ceux-là répondraient non qui parleraient une langue où clair se dirait noir et où noir se dirait clair. Mais quelle importance cela peut-il avoir?
> De même, en mathématiques, quand j'ai posé les définitions et les postulats qui sont des conventions, un théorème ne peut plus être que vrai ou faux. Mais pour répondre à cette question: ce théorème est-il vrai? ce n'est plus au témoignage de mes sens que j'aurai recours, mais bien au raisonnement.

(SM 22-23):

> En mathématiques nous faisons tout à fait la même chose ⟨qu'en physique⟩; des éléments variés dont nous disposons, nous pouvons faire sortir des millons de combinaisons différentes; mais une de ces combinaisons, tant qu'elle est isolée, est absolument dépourvue de valeur; nous nous sommes souvent donné beaucoup de peine pour la construire, mais cela ne sert absolument à rien, si ce n'est peut-être à donner un sujet de devoir pour l'enseignement secondaire. Il en sera tout autrement le jour où

> cette combinaison prendra place dans une classe de combinaisons analogues où nous aurons remarqué cette analogie; nous ne serons plus en présence d'un fait, mais d'une loi. Et, ce jour-là, le véritable inventeur, ce ne sera pas l'ouvrier qui aura patiemment édifié quelques-unes de ces combinaisons, ce sera celui qui aura mis en évidence leur parenté. Le premier n'aura vu que le fait brut, l'autre seul aura senti l'âme du fait. Souvent, pour affirmer cette parenté, il lui aura suffi d'inventer un mot nouveau, et ce mot aura été créateur; l'histoire de la science nous fournirait une foule d'exemples qui sont familiers à tous.

1908 (SM 29):

> ...la mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différentes. Il convient que ces choses, différentes par la matière, soient semblables par la forme, qu'elles puissent pour ainsi dire se couler dans le même moule. Quand le langage a été bien choisi, on est tout étonné de voir que toutes les démonstrations, faites pour un objet connu, s'appliquent immédiatement à beaucoup d'objets nouveaux; on n'a rien à y changer, pas même les mots, puisque les noms sont devenus les mêmes.
> Un mot bien choisi suffit le plus souvent pour faire disparaître les exceptions que comportaient les règles énoncées dans l'ancien langage; c'est pour cela qu'on a imaginé les quantités négatives, les quantités imaginaires, les points à l'infini, que sais-je encore? Et les exceptions, ne l'oublions pas, sont pernicieuses, parce qu'elles cachent les lois.

(SM 38):

> Il semble que la géométrie ne puisse rien contenir qui ne soit déjà dans l'algèbre ou dans l'analyse; que les faits géométriques, ne soient autre chose que les faits algébriques ou analytiques exprimés dans un autre langage. On pourrait donc croire qu'après la revue que nous venons de passer, il ne nous restera plus rien à dire qui se rapporte spécialement à la géométrie. Ce serait méconnaître l'importance même d'un langage bien fait, ne pas comprendre ce qu'ajoute aux choses elles-mêmes la façon d'exprimer ces choses et par conséquent de les grouper.

Au plus tard 1910, (in: "Savants et écrivains", p. 90; à propos de Laguerre):

> Ses aperçus sont ingénieux et lumineux. Quelquefois on croit d'abord n'y trouver qu'une notation nouvelle; mais qu'on ne s'y trompe pas: dans les Sciences mathématiques, une bonne notation a la même importance philosophique qu'une bonne classification dans les Sciences naturelles.

Dans ces textes, Poincaré avance sur le mode du fait une thèse sur le langage dont l'explicitation exige de nous un long détour, mais nécessaire pour la suite. Cette thèse peut se formuler ainsi: le langage est une classification conventionnelle.

Cette thèse n'est pas tant une définition du langage - qui, pour lui-même, n'intéresse pas Poincaré - qu'une mise en relations du langage à ce qu'il classifie: des ensembles de faits. Le problème que nous avons posé est donc déjà déplacé: il nous faut savoir ce qu'est un fait.

Poincaré distingue deux grandes catégories de faits: les "faits bruts" et les "faits scientifiques"; leur différence fondamentale est que le fait brut, donné par les sensations, peut exister indépendamment du langage; néanmoins, dès qu'il est exprimé, il perd son individualité, car le langage utilise les mêmes énoncés pour des catégories de faits semblables:

> ...le fait, encore complètement brut, est pour ainsi dire individuel, il est complètement distinct de tous les autres faits possibles ... L'énoncé du fait pourrait convenir à une infinité d'autres faits. Aussitôt qu'intervient le langage, je ne dispose plus que d'un nombre fini de termes pour exprimer les nuances en nombre infini que mes impressions pourraient revêtir. (VS 157)

Par contre, un fait ne peut être scientifique que s'il est exprimé dans un langage. Mais alors, quelle différence entre fait brut exprimé et fait scientifique? aucune, si ce n'est que le fait scientifique est exprimé dans un langage dont la fonction principale est d'éliminer les erreurs d'observations.

> Il n'y a pas de frontière précise entre le fait brut et le fait scientifiqu ; on peut dire seulement que tel énoncé de fait est <u>plus brut</u> ou, au contraire, <u>plus scientifique</u> que tel autre. (VS 163)

> Quelle différence y a-t-il alors entre l'énoncé d'un fait brut et l'énoncé d'un fait scientifique? Il y a la même différence qu'entre l'énoncé d'un même fait brut dans la langue française et dans la langue allemande. L'énoncé scientifique est la traduction de l'énoncé brut dans un langage qui se distingue surtout de l'allemand vulgaire ou du français vulgaire parce qu'il est parlé par un bien moins grand nombre de personnes. (VS 159)

Et plus loin: <u>"le fait scientifique n'est que le fait brut traduit dans un langage commode"</u> (VS 161).

Ainsi, tout fait scientifique est calqué sur un fait brut - ce qui le rend vérifiable; mais alors cette vérificabilité dépend en dernière instance de l'expérience et non de la théorie.

> L'énoncé d'un fait est toujours vérifiable et pour la vérification nous avons recours soit au témoignage de nos sens, soit au souvenir de ce témoignage.. C'est là proprement ce qui caractérise un fait. Si vous me posez la question: tel fait est-il vrai? je commencerai par vous demander, s'il y a lieu, de préciser les conventions, par vous demander, en d'autres termes, en quelle langue vous avez parlé; puis une fois fixé sur ce point, j'interrogerai mes sens et je réponderai, oui ou non. Mais la réponse, ce seront mes sens qui l'auront faite, ce ne sera pas vous en me disant: c'est en anglais ou c'est en français que je vous ai parlé".
> (VS 158-159).

Ainsi, la vérité d'une théorie, en tant que langage adapté aux faits scientifiques, dépend exclusivement des faits. Langage et théorie sont donc avant tout des syntaxes; la sémantique, elle, relève d'un monde qui leur est hétérogène. Le fait est donc premier, et la science en est une traduction; ce qui permet à Poincaré d'affirmer que "...la part de collaboration personnelle de l'homme dans la création du fait scientifique, c'est l'erreur" (VS 160).

C'est là l'affirmation de la neutralité du langage à l'égard du fait; cette neutralité est confirmée par une ambiguité curieuse: c'est qu'une loi scientifique est classable à la fois dans la pensée et dans le réel; elle est l'"âme" du fait (SM23,27), c'est-à-dire un fait auquel on aura reconnu des parentés ou analogies avec d'autres; pour reprendre des termes chers à Poincaré, le fait brut est une "matière", mais sa "forme", son "âme", bref, sa relation à d'autres faits, est en quelque sorte déjà inscrite dans le fait brut, la matière. Peut-on mieux dire que la science est la simple traduction du monde commun de tous les jours? D'autre part, la loi, comme mise en relation de faits, est une classification, et ressortit en ce sens au domaine du langage et de la théorie. L'ambiguïté -inscrite admirablement dans l'expression "âme du fait"- repose donc sur la notion de forme.

Nous avons vu que le fait brut est essentiellement étranger au langage; néanmoins, l'ambiguïté que nous venons de déceler donne à l'espace philosophique défini par le face-à-face de l'esprit et de l'expérience une certaine homogénéité garantissant la possibilité de l'appropriation du réel par la pensée -garantie dont l'effet philosophique est surprenant: elle conduira Poincaré à distinguer ce qui, dans l'expérience , est homogène à l'esprit et ce qui lui est hétérogène; en d'autres termes, à donner un statut philosophique différent au monde donné et au monde réel. Ces conséquences ne sont pas toutes lisibles pour Poincaré: elles dépendent en dernier ressort de la notion d'expérience qui, bien que donnée par Poincaré sur le mode du fait, fonctionne philosophiquement en référence à une réalité qui, non articulée aux théories scientifiques, agit néanmoins au travers d'elles.

Nous avons effleuré plusieurs fois une conséquence directe de cette conception, la seconde grande thèse de Poincaré: la science est un langage; elle est la traduction de faits bruts auxquels elle impose des conventions de langage. L'explication détaillée de cette thèse demande des éléments que nous n'avons pas encore; ce que nous pouvons dire au point où nous en sommes, c'est que Poincaré définit la science tout comme le langage: elle est une classification conventionnelle. "...qu'est-ce que la science?...c'est avant tout une classification, une façon de rapprocher des faits que les apparences séparaient, bien qu'ils fussent liés par quelque parenté naturelle et cachée. La science, en d'autres termes, est un système de relations". (VS 181) Ainsi, la vérité n'est en aucune façon définie à l'intérieur du discours scientifique: "On dira que la science n'est qu'une classification et qu'une classification ne peut être vraie, mais commode. Mais il est vrai qu'elle est commode..." (VS184)

Une théorie scientifique n'a donc véritablement de sens que par rapport aux faits -étrangers au discours. Etrangers? oui et non, nous venons de le voir: la science ayant, comme le langage, la tâche de distinguer la matière de la forme, l'ambiguïté de ce dernier terme a les mêmes effets au niveau du discours scientifique qui, comme tout langage, lit la forme dans la matière, l'essence dans l'existence:

> ...il semble superflu de rechercher si le fait brut est en dehors de la science, car il ne peut pas y avoir, ni science sans fait scientifique, ni fait scientifique sans fait brut, puisque le premier n'est que la traduction du second. (VS 161)

Les conséquences de cette position viennent d'être signalées.

Ce qui précède semble concerner plus la physique que les mathématiques. Pourquoi donc un tel détour? Il est nécessité par le discours même de Poincaré: les mathématiques ne sont pas définies, mais situées; l'analyse de la position philosophique de Poincaré à l'égard des mathématiques exige donc la connaissance, au moins schématique, de la configuration de l'espace philosophique dans son ensemble.

Et alors, les mathématiques? Elles sont, comme toute science, un langage: "...l'art de donner le même nom à des choses différentes". (SM 29). La question que nous devons poser est alors claire: quels sont les faits qui concernent les mathématiques? Question paradoxale, puisque les mathématiques ne sont pas une science expérimentale.

Poincaré répond par une double solution: il y a deux types de faits qui concernent les mathématiques.

Tout d'abord, comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe <u>Mathématiques et expérience</u>, les faits donnés par les sensations peuvent, en cas de contradiction avec les principes logiques de notre esprit, être l'occasion de la création d'un nouveau système de symboles résolvant cette contradiction par des distinctions successives; dans ce cas le langage "ajoute" (SM 38) quelque chose aux faits bruts; le langage est alors une adjonction à la réalité. Les mathématiques