font donc faire à la connaissance qui s'approprie le réel un détour -détour qui nous montre encore une fois que les mathématiques ne sont pas une représentation.

Mais, abrs, si le langage est une véritable adjonction au réel, pouvons-nous toujours dire qu'il est neutre oar rapport à lui? Dans ce cas, le fait désigné n'est en aucune façon homogène au discours: il n'a aucun lien avec lui, si ce n'est philosophique: le lien d'un concept à son origine intuitive sensible; or ce fait n'a pas de valeur de vérité pour les mathématiques, car les concepts de cette science, n'étant pas une représentation du sensible, ne sont pas vérifiables par l'existence d'un fait brut. Or, seule une science représentative, telle la physique, est susceptible de vérité, puisque en dernière instance, c'est l'existence ou la non existence du fait brut qui décide de la vérité ou de la fausseté.

Que dire alors des mathématiques? Si la catégorie de vérité, définie comme rapport du langage à l'expérience mais déterminée par cette dernière, lui est refusée, quel est son statut? Etant un langage, est-elle purement conventionnelle? Poincaré évacue cette solution, en tout cas pour "la pensée mathématique là où elle est restée pure" (SH 14), en arithmétique. Nous en avons vu la raison dans le paragraphe <u>Mathématiques et logique</u>: l'arithmétique repose sur l'intuition d'une propriété de l'esprit; elle n'est donc pas conventionnelle, puisque justifiée philosophiquement par sa référence à une réalité extérieure aux mathématiques; ainsi la "vérité" des mathématiques dépend de leur rapport aux facultés intellectuelles; dans ce cas, la vérification n'est pas le fait de l'expérience, mais celui de l'intuition. Mais la vérité ainsi définie n'a plus le même sens: rapportée à l'esprit, elle signifie que le discours mathématique est régi par les structures intellectuelles de l'esprit, bref, par les principes de la logique. Autrement dit, être vrai en arithmétique, c'est être non contradictoire - cette condition définissant à la fois le possible et l'existence mathématiques, puisque la réalité n'y intervient pas directement.

> ...personne ne doutera que cette opération ne soit possible, à moins d'oublier que ce dernier mot, dans le langage des géomètres, signifie simplement exempt de contradiction. (SH 31)
> Un être mathématique existe, pourvu que sa définition n'implique pas contradiction, soit en elle-même, soit avec les propositions antérieurement admises. (SH 59)

> Les mathématiques sont indépendantes de l'existence des objets matériels; en mathématiques le mot exister ne peut avoir qu'un sens, il signifie exempt de contradiction. (SM 162)

> ...on admire le pouvoir que peut avoir un mot. Voilà un objet dont on n'aurait rien pu tirer tant qu'il n'était pas baptisé; il a suffi de lui donner un nom pour qu'il fît des merveilles. Comment cela se fait-il? C'est parce qu'en lui donnant un nom, nous avons affirmé implicitement que l'objet existait (c'est-à-dire était pur de toute contradiction) et qu'il était entièrement déterminé. (DP 92)

Une notion a un sens en mathématiques si elle est à la fois possible et existante, ce qui est garanti par la non contradiction: aussi la démonstration de la consistance des théories mathématiques est-elle nécessaire selon Poincaré. Cette thèse présentée parfois comme une concession au formalisme par le précurseur de l'intuitionnisme -soit presque comme une bévue-, a, nous le voyons, de profondes racines dans la philosophie.

Ces considérations nous amènent à l'examen de l'autre type de fait en rapport avec le langage mathématique: les combinaisons mathématiques déjà existantes. Fait et langage ont ici le même statut -ce qui, notons-le est parfaitement cohérent avec la philosophie des mathématiques de Poincaré où possibilité et existence sont confondues -mais non pas le même degré de généralité; comme en physique, un fait brut est isolé, et son "âme" n'est visible que par ses relations avec d'autres faits; l'analogie, qui est alors le moteur de l'invention mathématique, rend compte alors du fait comme espèce d'un genre plus général cristallisé par un mot (SM 23). En voici un exemple, cher à Poincaré, qui mettra en lumière les liens entre langage mathématique et philosophie:

> Parmi les mots qui ont exercé la plus heureuse influence, je signalerai ceux de groupe et d'invariant. Ils nous ont fait apercevoir l'essence de bien des raisonnements mathématiques; ils nous ont montré dans combien de cas les anciens mathématiciens considéraient des groupes sans ls savoir, et comment, se croyant bien éloignés les uns des autres, ils se trouvaient tout à coup rapprochés sans comprendre pourquoi.
> Nous dirions aujourd'hui qu'ils avaient envisagé des groupes isomorphes. Nous savons maintenant que dans un groupe la matière nous intéresse peu, que c'est la forme seule qui importe et que quand on connaît bien un groupe, on connaît par cela même tous les groupes isomorphes; et grâce à ces mots de groupe et d'isomorphisme qui résument en quelques syllabes cette règle subtile et la rendent promptement familière à tous les esprits, le passage est immédiat et peut se faire en économisant tout effort de pensée. L'idée de groupe se rattache d'ailleurs à celle de transformation; pourquoi attache-t-on tant de prix à l'invention d'une transformation nouvelle? parce que d'un seul théorème elle nous permet d'en tirer dix ou vingt; elle a la même valeur qu'un zéro ajouté à la droite d'un nombre entier. (SM 30-31)

Le langage a donc ainsi une fonction généralisante qui lui permet de cerner synthétiquement une notion sans devoir recourir à l'énumération de tous les faits qui lui ont donné naissance; cette fonction est désigné par Poincaré, dès SM, par l'expression "économie de pensée" (SM 9, 16, 23, 26, 29, etc.) emprunté à Mach. La conséquence pour Poincaré en est que le langage mathématique ne doit pas être entièrement formalisé, car la formalisation implique l'explicitation de tous les requisits d'un théorie; un livre de mathématiques doit être un livre où: "...les formules...alternent...avec le discours explicatif" (SM 154). Cette remarque, la seule de ce type que nous ayons trouvée chez Poincaré, ne nous renseigne pas tant sur le type de discursivité mise en oeuvre dans les mathématiques que sur une exigence de la philosophie de Poincaré, celle de l'adaptation entre l'esprit -compris cette fois non comme ensemble de principes logiques, mais comme entité psychique -et le discours scientifique, cristallisée par le sentiment de l'élégance qui favorise une intuition synthétique de l'ordre, condition de l'invention mathématique:

> ...le sentiment de l'élégance mathématique n'est autre cho-

> se que la satisfaction due à je ne sais quelle adaptation entre la solution que l'on vient de découvrir et les besoins de notre esprit, et c'est à cause de cette adaptation même que cette solution peut être pour nous un instrument. Cette satisfaction esthétique est par suite liée à l'économie de pensée. (SM 26)

De nouveau, c'est la philosophie qui établit les critères d'un "bon" exposé mathématique; ils ne sont pas dictés par des exigences internes aux théories scientifiques, à une exception près: la non contradiction -mais elle est fondée philosophiquement. On comprend alors mieux l'objection de Poincaré contre la lourdeur du formalisme et l'obstacle qu'il est pour l'invention:

> ...ceux qui les premiers se sont préoccupés avant tout de la rigueur nous ont donné des raisonnements que nous pouvons essayer d'imiter; mais si les démonstrations de l'avenir doivent être bâties sur ce modèle, les traités de mathématiques vont devenir bien longs; et si je crains les longueurs, ce n'est pas seulement parce que je redoute l'encombrement des bibliothèques, mais parce que je crains qu'en s'allongeant, nos démonstrations perdent cette apparence d'harmonie dont j'ai expliqué tout à l'heure le rôle utile.
> C'est à l'économie de pensée que l'on doit viser, ce n'est pas assez de donner des modèles à imiter. (SM 28)

Ces réflexions dans leur ensemble nous amènent à formuler une caractéristique cette fois spécifique au langage : sa relative transparence, non pas tant à ce qu'il désigne - en mathématiques, c'est du reste lui-même qu'il désigne- mais à l'espace philosophique à l'intérieur duquel il se déploie. Le langage mathématique est ainsi chargé d'une signification philosophique qui rend les discours philosophique et mathématique perméables l'un à l'autre dans une certaine mesure. Il s'ensuit une relative traductibilité du langage des mathématiques dans le langage philosophique- et vice-versa-, à laquelle Poincaré recourt constamment; remarquons ainsi la fréquence dans ses textes philosophiques, d'expressions telles que "en langage mathématique" (passim), suivies d'explication en général tout à fait dépourvue de formalisation; les mathématiques n'apparaissent plus alors dans leur discursivité propre, et, ce qui, par ce procédé, est mis en évidence, ce ne sont pas les théories mathématiques dans leur spécificité, mais des rapports entre langage mathématique et espace philosophique présentés comme objets illustrant et justifiant les thèses philosophiques.

Nous avions posé au début la question de la spécificité des mathématiques selon Poincaré; nous avons vu, curieusement, que les théories mathématiques ne sont pas pertinentes à sa solution, et nous avons été renvoyés à leur localisation dans une configuration philosophique. Que restait-il alors des théories mathématiques? Leur langage -mais ce langage, on l'a vu, est traversé de part en part par les effets de cette localisation. Ainsi, le lieu d'où Poincaré spécifie les mathématiques est proprement et purement philosophique. L'effet en est bien surprenant: Poincaré croit désigner les mathématiques, mais ce qu'il désigne, à son insu, au travers d'elles, c'est l'espace philosophique dans lequel il se trouve. Les conséquences philosophiques en seront examinées plus loin.

Chapitre 2 LA GEOMETRIE

Dans le chapitre précédent, nous avons établi l'existence d'une configuration de l'espace philosophique délimitée par l'esprit et l'expérience, et nous avons vu qu'elle fonctionne, chez Poincaré, comme intermédiaire obligé dans l'étude des rapports entre la philosophie et les sciences: parler sur les mathématiques, les définir, équivaut en dernier ressort à les situer. Dans la suite, nous allons tenir ce résultat pour acquis, et notre propos consistera alors à spécifier la localisation respectivement de la géométrie, de la mécanique et de la physique et de mesurer ses effets pour chacune de ces sciences.

De 1887 à 1912, Poincaré a consacré de nombreux articles à la géométrie afin de prendre position dans la controverse sur la légitimité des géométries non euclidiennes et des géométries à <u>n</u> dimensions. Comment Poincaré est-il intervenu dans cette conjoncture? En posant deux questions, invariablement les mêmes, portant l'une sur l'origine de la notion d'espace et l'autre sur la nature des axiômes géométriques. Ces questions indiquent notre tâche: examiner les rapports de la notions d'espace aux deux instances philosophiques, l'esprit et l'expérience.

A cet effet, nous avons pris le parti de mener notre étude assez systématiquement, sans tenir compte du caractère essentiellement fragmentaire du texte: la permanence des questions posées par Poincaré et des solutions qu'il y apporte nous y autorise.

Nous allons partir d'une affirmation souvent répétée par Poincaré: l'espace géométrique n'est pas l'espace représentatif.

1898 (FG 11):

> L'espace sensible n'a rien de commun avec l'espace géométrique...
> Nos représentations ne sont que la reproduction de nos sensations; nous ne pouvons donc pas figurer l'espace géométrique.

1895 (SH 74-75)

Nos représentations ne sont que la reproduction de nos sensations, elles ne peuvent donc se ranger que dans le même cadre qu'elles, c'est-à-dire dans l'espace représentatif.
Il nous est aussi impossible de nous représenter les corps extérieurs dans l'espace géométrique, qu'il est impossible à un peintre de peindre, sur un tableau plan, des objets avec leurs trois dimensions.
L'espace représentatif n'est qu'une image de l'espace géométrique, image déformée par une sorte de perspective, et nous ne pouvons nous représenter les objets qu'en les pliant aux lois de cette perspective.

1897 ("Réponses à quelques critiques", RMM 5 (1897) 59-70, p. 67 :

...je me suis efforcé de prouver que l'espace sensible n'a rien de commun avec l'espace géométrique.

1903 (VS 78)

...nous ne pouvons nous représenter l'espace...

et p. 94:

...l'expérience ne nous ferait jamais toucher que l'espace représentatif qui est un continu physique, et non l'espace géométrique qui est un continu mathématique.

1907 (SM 120)

Il y a un contraste frappant entre la grossièreté de cette géométrie primitive qui se réduit à ce que j'appelle un tableau de distribution, et la précision infinie de la géométrie des géomètres.

Ainsi, l'espace géométrique n'est pas tiré des données des sens; et cela pour deux raisons. Tout d'abord la géométrie est une branche des mathématiques -bien qu'elle diffère de l'arithmétique par son "objet" et la nature de ses axiomes- et, en tant que telle, elle est déductive; cela exclut, pour Poincaré, qu'elle soit une science expérimentale, car elle serait alors sujette à une constante révision. (cf. par exemple PG 19): "La géométrie est à l'abri de toute révision; aucune expérience, si précise soit-elle, ne peut la renverser. Si cela se pouvait, il y a longtemps que ce serait fait."

La seconde raison tient au fait que l'espace même sensible, n'est pas une pure donnée des sens.

1898 (FG 5-6)

> Les sensations par elles-mêmes **n'**ont aucun caractère spatial.
> Cela est évident dans le cas de sensations isolées, des sensations visuelles, par exemple.Que pourrait voir un homme qui ne posséderait qu'un oeil unique et immobile? Des images différentes se formeraient sur différents points de sa rétine; mais serait-il amené à classer ces images comme nous classons nos sensations rétiniennes actuelles?

(id., p. 9 à propos de la notion de direction)

> ...demandons-nous d'abord si le sentiment de la direction forme réellement une partie constituante de la sensation. Je ne vois pas très bien comment il peut y avoir dans la sensation qurlque chose d'autre que la sensation elle-même. Et observons de plus que la même sensation peut, selon les circonstances, exciter le sentiment de différentes directions..

1895 (SH 75)

> Quand je dis que nous nous représentons ces mouvements, je veux dire seulement que nous nous représentons les sensations musculaires qui les accompagnent et qui n'ont aucun caractère géométrique, qui par conséquent n'impliquent nullement la préexistence de la notion d'espace.

Quelles sont alors les conditions de formation de l'espace sensible? Ce sont tout d'abord les mouvements des corps solides, ycompris notre corps, parce que ce sont eux qui nous permettent de discerner les déplacements, des changements d'état.

FG 12) :

> La géométrie ne serait pas née si nous n'avions pas été amenés à répartir en deux classes les changements que peuvent subir nos impressions. Nous disons tantôt que nos impressions ont changé parce que les objets qui les produisaient ont subi quelque changement d'état et tantôt que nos impressions ont changé parce que les objets ont subi un déplacement.

Une telle distinction requiert le mouvement des corps solides. En effet, qu'est-ce qui nous permet d'affirmer qu'un corps, qui provoque en nous une impression, s'est déplacé? C'est que nous pouvons, par un mouvement corrélatif et volontaire de notre corps, corriger ce déplacement et rétablir l'impression primitive; or, un changement d'état n'est jamais susceptible d'une telle correction. Ainsi, sans corps solides, pas de géométrie: "Si donc il n'y avait pas de corps solides dans la nature, il n'y aurait pas de géométrie" (SH 80).

L'"objet" de la géométrie, c'est-à-dire les lois des déplacements, est donc défini dans la réciprocité des mouvements de nos corps et des solides; ainsi tout mouvement est rapporté à notre corps qui joue le rôle de système d'axes de coordonnées; autrement dit, l'espace est relatif: nous ne pouvons déterminer la position absolue d'un objet.

> La seule chose que nous connaissons directement c'est la position relative des objets par rapport à notre corps.
> ...En somme, le système d'axes de coordonnées auxquels nous rapportons naturellement tous les objets extérieurs, c'est un système d'axes invariablement lié à notre corps, et que nous transportons partout avec nous.
> Il est impossible de se représenter l'espace absolu... (VS 67).

La relativité de l'espace, qui est un principe de la géométrie est donc d'abord un fait expérimental; ce n'est pas sans importance: certaines propositions, apparemment semblables, ont ainsi un statut différent selon qu'elles sont géométriques ou physiques.

Mais il faut un critère de classification des déplacements, soit une définition de l'identité de deux déplacements, sans quoi, pas de langage géométrique, et, par suite, pas de science: Poincaré l'établit à l'aide du jeu réciproque des changements internes (mouvements volontaires de nos corps) et des changements externes (mouvements des solides): par convention (cf. DP 142), deux changements externes sont dits être dus au même déplacement s'ils sont susceptibles d'être corrigés par le même mouvement interne; réciproquement, deux changements internes sont regardés comme identiques s'ils sont capables de corriger le même changement externe. Les données des sens étant approximatives, cette classification -comme du reste tout autre- requiert une intervention de l'esprit:

> La classification n'est pas une donnée brute de l'expérience, parce que la compensation mentionnée plus haut des deux changements, l'un interne et l'autre externe, n'est jamais exactement réalisée. C'est donc une opéra-

> tion active de l'esprit qui essaie d'insérer les résultats bruts de l'expérience dans une forme préexistante, dans une catégorie. (FG 16; remarquons le style kantien de ce texte).

Si l'on s'en tient à l'espace sensible , les déplacement ne peuvent faire l'objet d'une partition en classes disjointes: leur expression ne peut être que celle du continu physique avec la contradiction qui leur est inhérente; le raisonnement géométrique n'a donc pas de prise sur l'espace sensible.

Cette classification n'en est pas moins essentielle: identifier deux déplacements, c'est aussi reconnaître leur répétabilité; or, de là découlent à la fois la possibilité de la mesure et les caractéristiques de l'espace représentatif: il est, très grossièrement, homogène et isotrope:

> C'est ce fait que l'on énonce d'ordinaire en disant que l'espace est homogène et isotrope.
> On peut dire aussi qu'un mouvement qui s'est produit une fois peut se répeter une seconde fois, une troisième fois, et ainsi de suite, sans que ses propriétés varient.
> Dans le chapitre premier où nous avons étudié la nature du raisonnement mathématique, nous avons vu l'importance qu'on doit attribuer à la possibilité de répéter indéfiniment une même opération.
> C'est de cette répétition que le raisonnement mathématique tire sa vertu; c'est donc grâce à la loi d'homogénéité qu'il a prise sur les faits géométriques. (SH83)

Or, ces propriétés sont l'image de celles de l'espace géométrique; plus exactement, Poincaré constate un parallélisme entre les propriétés des mouvements des corps solides et celles du groupe des déplacements qui, lui, est exprimable dans les termes du continu mathématique. Nous pouvons alors définir la géométrie comme l'étude d'un groupe particulier.

1887 (Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie, Oeuvres, t. 11. p. 90):

> ...la Géometrie n'est autre chose que l'étude d'un groupe...

1895 (SH 90):

> Ce qui est l'objet de la géométrie, c'est l'étude d'un "groupe" particulier.

1898 (FG 62-63):

> Ce que nous appelons la géométrie n'est pas autre chose que l'étude des propriétés formelles d'un certain groupe continu; si bien que nous pouvons dire que l'espace est un groupe.

Mais qu'est-ce qu'un groupe?. Nous serions tentés de donner, à cette question, une réponse mathématique: un ensemble est un groupe s'il est muni d'une opération interne binaire partout définie et associative, d'un élément neutre, et si, en outre, tous ses éléments possèdent un inverse. Et c'est effectivement la réponse que donne Poincaré -mais ce n'est pas la seule: il ne définit pas seulement le groupe comme concept mathématique, mais comme "objet" déjà inscrit dans l'une des réalités philosophiques: l'esprit.

1895 (SH 90-91):

> ...le concept général de groupe préexiste dans notre esprit au moins en puissance. Il s'impose à nous, non comme forme de notre sensibilité, mais comme forme de notre entendement.

1898 (FG 23):

> Nous avons en nous, en puissance, un certain nombre de modèles de groupes...

1899 (SH 109):

> Dans notre esprit préexistait l'idée latente d'un certain nombre de groupes; ce sont ceux dont Lie a fait la théorie.

Remarquons, dans cette dernière citation, le passage sans autre transition de l'esprit à la théorie.

Transformer les concepts en objets, reproduire les concepts scientifiques dans des notions philosophiques, en l'occurrence dédoubler le groupe en concept et en forme de l'entendement, telle est la fonction de l'espace philosophique de Poincaré: la théorie se résoud dans ses relations aux réalités philosophiques qui à la fois la rendent possible et la justifient.

Nous pouvons alors localiser la géométrie; elle est un groupe continu; en ce sens, elle peut utiliser le langage de l'algèbre et de l'analyse:

> Il semble que la géométrie ne puisse rien contenir qui ne soit déjà dans l'algèbre ou dans l'analyse; que les faits géométriques ne soient autre chose que les faits algébriques ou analytiques exprimés dans un autre langage, (SM 38)

La géométrie a ainsi le même statut que les mathématiques, et tout ce que nous avons dit dans le chapitre précédent lui est applicable. En particulier, l'expérience a aussi été pour elle l'occasion de sa construction:

> La géométrie n'est pas une science expérimentale; l'expérience n'est pour nous que l'occasion de réfléchir sur les idées géométriques qui préexistent en nous. Mais cette occasion est nécessaire; si elle n'existait pas, nous ne réfléchirions pas, et si nos expériences étaient différentes, nos réflexions seraient sans doute aussi différentes. (FG 62)

Néanmoins, pour la géométrie, l'expérience n'est pas seulement l'occasion de sa constitution; c'est là un fait fondamental qui tient au parallélisme des propriétés de l'espace sensible et de celles de l'espace géométrique: il y a une relation privilégiée entre ces deux espaces qui détermine le statut très particulier de la géométrie comme langage "intermédiaire entre celui de l'Analyse et celui de la Physique" (VS 31). Comment peut-elle jouer ce rôle d'intermédiaire? Poincaré l'explique très clairement en plusieurs endroits:

1898 (FG 25)

> Séparant nos sensations de ce quelque chose que nous appelons leur cause, nous admettons que le quelque chose en question se conforme au modèle que nous portons en nous et que nos sensations s'en écartent seulement à cause de leur grossièreté.

(p. 55)

> ...,nous sommes désireux d'arriver à des axiomes géométriques qui soient rigoureusement et toujours vrais et nous échappons toujours à ce dilemme par le même artifice, en disant que nous convenons de considérer le changement observé comme la résultante de deux autres, l'un qui obéit rigoureusement à la loi et que nous attribuons au déplacement de l'oeil et le second qui est générale-

> ment très petit et que nous attribuons soit à des altérations qualitatives, soit aux mouvements des corps extérieurs.

1902 (VS 166-167):

> L'expérience nous fait connaître des relations entre les corps; c'est là le fait brut; ces relations sont extrêmement compliquées. Au lieu d'envisager directement la relation du corps A et du corps B, nous introduisons entre eux un intermédiaire qui est l'espace et nous envisageons trois relations distinctes: celle du corps A avec la figure A' de l'espace, celle du corps B avec la figure B' de l'espace, celle des deux figures A' et B' entre elles. Pourquoi ce détour est-il avantageux? Parce que la relation de A et B était compliquée, mais différait peu de celle de A' et B' qui est simple: de sorte que cette relation compliquée peut être remplacée par la relation simple entre A' et B', et par deux autres relations qui nous font connaître que les différences entre A et A' d'une part, entre B et B' d'autre part sont <u>très petites</u>. (...)
> La relation entre A et B était une loi brute, et elle s'est décomposée; nous avons maintenant deux lois qui expriment les relations de A et A', de B et B' et un principe qui exprime celle de A' avec B'. C'est l'ensemble de ces principes que l'on appelle géométrie.

Il s'ensuit que

> une relation géométrique peut remplacer avantageusement une relation qui, considérée à l'état brut, devrait être regardée comme mécanique, elle peut en remplacer une autre qui devrait être regardée comme optique, etc.

Ainsi, quoique n'étant pas une science expérimentale, la géométrie peut, par l'intermédiaire de sciences elles expérimentales, être appliquée au réel.

Oscillation entre rigueur et applicabilité: voilà ce qui définit pour Poincaré le statut de la géométrie, et, pour nous, sa place dans la configuration de l'espace philosophique.*que nous lui avons reconnue, il l'objective dans la notion de "solide idéal": la géométrie

> a pour objet certains solides idéaux, absolument invariables, qui n'en sont qu'une image simplifiée et bien lointaine.
> La notion de ces corps idéaux est tirée de toutes pièces de notre esprit et l'expérience n'est qu'une occasion qui nous engage à l'en faire sortir. (SH 90).

Chose curieuse, la géométrie, non représentative puisque déductive et rigoureuse, apparaît alors comme représentative

* Cette situation, Poincaré ne se contente pas de la décrire, mais, selon la démarche philosophique...

-mais à une nuance près: celle du "comme si" : nous raisonnons à la fois "comme si" les solides naturels étaient localisés dans l'espace géométrique, et "comme si" les figures géométriques se comportaient comme des solides naturels.
1893 (SH 66):

> ...l'on raisonne constamment comme si les figures géométriques se comportaient à la manière des solides.

1895 (SH75):

> ...nous raisonnons sur ces corps, comme s'ils étaient situés dans l'espace géométrique.

Ce fait est d'une importance tout à fait capitale: il donne la clef d'interprétation d'une affirmation de Poincaré: la géométrie est une convention, dont on a souvent fait l'emblême de sa philosophie géométrique. Examinons le texte même:

> ...la géométrie est l'étude d'un ensemble de lois peu différentes de celles auxquelles obéissent réellement nos instruments, mais beaucoup plus simples, de lois qui ne régissent effectivement aucun objet naturel, mais qui sont concevables pour l'esprit. En ce sens, la géométrie est une convention, une sorte de cote mal taillée entre notre amour de la simplicité et notre désir de ne pas trop nous écarter de ce que nous apprennent nos instruments. Cette convention définit à la fois l'espace et l'instrument parfait. (DP 100-101).

Qu'est-ce à dire? Nous pouvons reconnaître dans cette définition la décomposition entre ce que Poincaré appelait en 1902 (VS 166-167, texte cité plus haut) les "principes" géométriques et les "lois brutes". Un texte de 1898 confirme cette interprétation (FG 58):

> Ces conventions, il est vrai, nous ont été suggérées par des expériences, mais par des expériences grossières. Nous découvrons que certaines lois se vérifient approximativement et nous décomposons le phénomène observé en deux autres: un phénomène purement géométrique qui obéit exactement à ces lois et un très petit phénomène pertubateur.

Nous pouvons alors aborder le problème du statut des diverses géométries euclidienne et non euclidiennes; cela nous permettra de mesurer la portée du conventionnalisme géométrique de Poincaré.

Puisque l'empirisme géométrique, nous l'avons vu, n'a aucun sens pour Poincaré, il n'y a pas de géométrie unique comme décalque du monde sensible, mais une infinité de géométries possibles, toutes justifiées du point de vue philosophique. La conséquence est essentielle pour notre étude: il ne peut y avoir de géométrie sans postulat (SH 50). Cette affirmation signifie pour Poincaré que les structures de l'esprit ne suffisent pas à déterminer complètement une géométrie: tous les axiomes de la géométrie ne sont pas de "véritables" axiomes, c'est-à-dire des jugements a priori, mais des postulats: "Les axiomes de la géométrie ne sont pas des jugements analytiques a priori" (FG 58) "Les axiomes géométriques ne sont donc ni des jugements synthétiques a priori ni des faits expérimentaux." (SH 66). Notons que, contrairement à ce que laissent croire ces deux citations, il ne semble pas que tous les axiomes propres à la géométrie soient des postulats: Poincaré qualifie (DP 156) les axiomes de l'ordre de "véritables propositions intuitives" -mais ce n'est pas là notre propos; ce qu'il nous importe de voir, c'est qu'ainsi, les postulats sont relativement libres par rapport à l'esprit. D'autre part, nous le savons bien, ils le sont aussi par rapport à l'expérience. En conséquence, le postulat est la marque d'un choix à l'intérieur de la théorie, et les diverses géométries diffèrent par les postulats qu'elles adoptent. Par exemple, dans la géométrie d'Euclide, on peut mener une et une seul parallèle à une droite donnée; dans celle de Lobatchevsky, une infinité, et dans celle de Riemann, aucune. Ces postulats sont des "définitions déguisées" (SH 67) de la distance:

> Les autres axiomes de la géométrie ne suffisent pas pour définir complètement la distance; la distance sera alors, par définition, parmi toutes les grandeurs qui satisfont à ces autres axiomes, celle qui est telle que le postulatum d'Euclide soit vrai. (SM 161) ,

ou, ajoutons-nous, celui de Riemann ou de Lobatchevsky. C'est ce choix qui, pour Poincaré, est conventionnel: les postulats sont des conventions.