diffusion des connaissances, il semble qu'on continuait à enseigner la syllogistique sans revenir à Aristote ou, sinon, en lui imposant son propre point de vue. La chose est peut-être due au caractère très particulier de la logique.

Le logicien et historien des sciences B. Mates montre dans un article [1949] que plusieurs passages altérés chez Sextus peuvent être facilement rétablis en se référant à quelques termes techniques et à quelques concepts élémentaires de la logique des Stoïciens.[2] Ainsi, il applique des concepts stoïciens à la logique stoïcienne. La compréhension d'un seul principe de la logique des Stoïciens suffit pour restituer une signification historique, à cinq cas qu'il examine, avec un degré de certitude.[3] On trouve dans le texte deux constructions de conditionnelles qui montrent selon ce principe la validité de l'argument suivant:

S'il est jour, il fait clair.
Il est jour.
―――――――――
Il fait clair.

Voici les deux conditionnelles:

Si (s'il est jour, il fait clair; et il est jour), il fait clair.
Si (il est jour; et s'il est jour, il fait clair), il fait clair.

L'helléniste Heintz a qualifié ces conditionnelles de "monstrueuses" -une opinion qui devient encore plus compréhensible si l'on considère qu'il lisait ce passage en grec et que dans cette langue il n'y a pas de parenthèses. On ne s'étonnera pas si dans les éditions standard les deux propositions ont été modifiées[4]: on a éliminé une mention de "si" au début de la première et une mention de "il fait clair" à la fin de la seconde.

3. LUKASIEWICZ ET LA PERSPECTIVE DE LA LOGIQUE FORMELLE MODERNE

Il semble qu'une bonne connaissance de la langue et de la littérature grecques, bien que nécessaire, ne soit pas toujours suffisante pour établir des textes de logique dans cette langue; il faut en plus une bonne compréhension du sujet lui-même. J. Lukasiewicz, je l'ai dit, réunit ces qualités et a su les mettre à profit pour éclairer à la moderne la syllogistique aristotélicienne. "Mon enquête", dit-il "procédera avec le texte aristotélicien à portée de main et en tenant compte des résultats de la logique symbolique" [1971: 487, ce travail est paru en polonais en 1910].

A l'Université de Lwow, où il fait ses études Lukasiewicz suit en particulier les cours de K. Twardowski, dans lesquels il assiste à une application de l'analyse logique aux problèmes philosophiques.[5] Avec Twardowski il entreprend une étude rigoureuse et exhaustive d'Aristote, tant du point de vue philologique que du point de vue logique. Par ailleurs, il cherche à compléter sa formation en étudiant les mathématiques. Devenu docteur ès philosophie en 1902, un des axes principaux de sa recherche porte sur l'application de la logique symbolique aux textes aristotéliciens. Il tente de montrer comment il est possible de développer la logique formelle moderne sans pour autant renier ses sources anciennes [cf. Caujolle-Zaslawsky 1972]. Ses efforts sont couronnés par la publication en 1951 de son livre *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique formelle moderne*.

NOTES DU CHAPITRE

1 Déjà en 1929 il a fait la déclaration suivante: "there is only one logic, founded by Aristotle, completed by the ancient school of the Stoics, and pursued, often with great subtlety, by medieval logicians, and it is that logic which is developed by mathematical logic" [Lukasiewicz 1963: 8, lère éd. polonaise 1929].

2 Les exemples portent sur la logique des Stoïciens (domaine de spécialisation de Mates), mais il aurait pu en trouver de semblables chez Aristote.

3 Ce principe, bien attesté dans des passages "propres", est le suivant: un argument est valide si et seulement si la conditionnelle dont l'antécédent est la conjonction des prémisses et dont le conséquent est la conclusion, est logiquement vraie [Mates 1949: 290].

4 Cf. Mates [1949: 295]: "That sentences such as these did not come through the gauntlet of scribes and editors unscathed, will surprise no one".

5 Parmi les autres étudiants de Twardowski, considéré comme le père de la philosophie polonaise, figurait notamment le logicien S Leśniewski [cf. Miéville 1984: 4].

CHAPITRE IV LES PIONNIERS MODERNES

1. PREAMBULE

Il a fallu attendre les travaux de J. Lukasiewicz pour faire accepter l'idée que la syllogistique d'Aristote constitue un *système*, au sens moderne de ce terme.[1] Si d'autres auteurs ont publié des résultats comparables à ceux de Lukasiewicz, soit indépendamment comme J.W. Miller [1938], soit en s'inspirant de Lukasiewicz comme I.M. Bochenski [1948], leurs travaux n'ont cependant pas eu le même impact.

Dans sa préface à la première édition de *La syllogistique d'Aristote*, Lukasiewicz lui-même fait le point de la situation:

> Si, comme je le crois, il n'existe pas encore à ce jour d'exposé de la syllogistique aristotélicienne qui soit digne d'une confiance absolue, c'est qu'ils ont toujours été l'oeuvre, jusqu'à présent, non point de logiciens mais de philosophes ou de philologues qui ne connaissaient pas la logique formelle moderne [...] ou qui ne pouvaient pas la connaître [...]. C'est en ce sens que mon exposé me paraît entièrement neuf. [1972: 17].

Ainsi Lukasiewicz n'a pas pu profiter des travaux d'autres chercheurs; avant lui, il n'existait absolument rien.[2]

Les intentions de Lukasiewicz sont claires: il se propose "de construire le système original de la syllogistique aristotélicienne suivant les directives de son propre auteur et conformément aux requisits de la logique formelle moderne" [1972: 142]. En particulier, il se propose de construire un système axiomatique. C'est un choix qui se comprend. En effet, les syllogismes qu'Aristote appelle "parfaits" ressemblent à des axiomes dans la mesure où il les pose sans justification; les syllogismes imparfaits seraient les théorèmes du système. La question de savoir s'il convient d'interpréter (avec Lukasiewicz) les syllogismes primitifs comme des propositions - comme des axiomes- ou comme des primitifs d'une autre nature reste posée, et j'y reviendrai plus loin.

Ce qui est certain, c'est qu'Aristote lui-même a remarqué différentes possibilités d'économie dans sa théorie. Non seulement il pouvait ramener à la première figure des syllogismes d'autres figures au moyen de transformations (conversions et réductions à l'impossible), mais il a montré aussi au moyen de ce qui est devenu le carré des oppositions que certaines conversions s'ensuivent d'autres [*An. pr.* A2, 25a 17-22]. De plus, Aristote a fait remarquer que les conversions par lesquelles il dérive les syllogismes des deuxième et troisième figures peuvent également servir à dériver les syllogismes de la première figure de ceux des autres figures ainsi que ceux des deuxième et troisième figures les uns des autres [*An. pr.* A45]. Aristote a montré aussi que tous les modes des deuxième et troisième figures -et non seulement Baroco et Bocardo- peuvent se déduire par l'impossible et qu'il n'est en réalité pas nécessaire de supposer la validité de tous les syllogismes de la première figure, puisqu'on peut dériver Darii et Ferio par l'impossible à partir des deux autres [*An. pr.* A7, 29b1-19].[3]

Selon A.N. Prior [1962: 120-121], Leibniz a pris les syllogismes de la première figure comme point de départ et, au moyen de la réduction par l'impossible, il a réussi à dériver successivement tous les syllogismes des deuxième et troisième figures, toutes les conversions et enfin tous les syllogismes de la quatrième figure. Dans ses dérivations des conversions il a utilisé non seulement des syllogismes déjà dérivés et la réduction par l'impossible mais aussi la loi de l'identité sous la forme "Tout a est a".

Le jésuite G. Saccheri [1667-1733] (le même qui a essayé de donner une démonstration par l'absurde du postulat des parallèles d'Euclide) a lui aussi systématisé la logique aristotélicienne, quoique de façon non formelle. Son système repose sur un grand nombre de définitions, trois axiomes et un postulat.[4]

2. LA SYLLOGISTIQUE ARISTOTELICIENNE SELON LUKASIEWICZ

2.1 Le langage formel

Quatre ensembles de symboles primitifs figurent dans le système de Lukasiewicz.

(1) Les relations constantes A et I à deux places portant sur des variables de termes, qui sont interprétées comme dans la logique traditionnelle.

(2) Les variables de termes a, b, c, d, qui représentent toujours (et uniquement) des termes universels; ainsi, les termes singuliers, vides et négatifs sont exclus du système.[5] Pratiquement, ces variables prennent comme valeurs des noms généraux tels que "homme" et "animal".

D'autres constantes logiques et d'autres variables font partie du système de Lukasiewicz sans figurer explicitement dans les écrits d'Aristote, en particulier celles relatives à la logique des propositions [Lukasiewicz 1963: 106; 1972: 62 et 65-68]. La logique des propositions serait donc une "théorie auxiliaire" du système, dont il faut mettre en évidence les éléments suivants:

(3) Les constantes logiques "si...alors" et "non", qui sont des opérateurs propositionnels familiers.[6]

(4) Les variables propositionnelles p, q, r, s et t, sur lesquelles portent les opérateurs propositionnels. Il va sans dire qu'une variable propositionnelle peut représenter, en particulier, une proposition catégorique formée par l'une des constantes A ou I suivie de deux variables de termes.

A partir de ces constantes A et I, et de la négation propositionnelle, Lukasiewicz définit les constantes E et O:

Eab =df non Iab

Oab =df non Aab

A partir de la négation propositionnelle et de l'opérateur "si...alors", il définit la constante logique "et":

p et q =df non(si p alors non-q)

Lukasiewicz n'utilise pas de quantificateur dans son système. Implicitement, la quantification s'exprime au moyen des variables (libres) de termes.

Lukasiewicz montre bien qu'il n'est pas question d'identifier des propositions telles que "b appartient à tout a" aux propositions formées à l'aide des quantificateurs telles que "Pour tout x, si x est a, alors x est b", où x est un terme singulier. Ces propositions ne peuvent pas avoir la même signification puisque chez Aristote on ne trouve ni termes singuliers, ni termes vides, ni quantificateurs. Il est donc faux d'affirmer, comme le font certains mathématiciens, que la conversion par accident, la relation de subalternation ainsi que certains modes valides tels que Darapti ne sont pas corrects.[7] La question de savoir si "b appartient à tout a" implique "b appartient à quelque a" dépend de la signification que l'on attache à ces expressions. Aristote les a comprises de telle façon que "b appartient à tout a" implique bien "b appartient à quelque a".

2.2 L'appareil déductif

(1) *Les axiomes*. Lukasiewicz en pose quatre qui sont propres aux syllogismes: Barbara, Datisi, et les deux lois d'identité "a appartient à tout a" (Aaa) et "a appartient à quelque a" (Iaa). Il montre que cet ensemble d'axiomes est non contradictoire (et, par conséquent, que la syllogistique qui en découle l'est aussi) et que les axiomes sont indépendants les uns des autres. On ne peut donc réduire leur nombre. En particulier, il n'est pas possible de construire le système à partir d'un axiome unique: il n'y a pas de "principe unique du syllogisme" (si par "principe" on entend "axiome") comme le serait le *dictum de omni et nullo*, dont Aristote ne porte pas la responsabilité.

A ces quatre axiomes propres aux syllogismes, Lukasiewicz ajoute trois axiomes pour la logique des propositions, "théorie auxiliaire" du système:

si (si p alors q) alors [si (si q alors r) alors (si p alors r)]
si (si non-p alors p) alors p
si p alors (si non-p alors q)

(2) *Les règles*. Lukasiewicz accepte dans son système une règle de substitution (on peut substituer des variables de termes par des variables de termes) et la règle du détachement (analogue au *modus ponens* du syllogisme hypothétique traditionnel).

Ces sept axiomes et ces deux règles suffisent pour la démonstration de tous les syllogismes aristotéliciens.

Lukasiewicz cherche à établir aussi que les modes non démontrés ne sont pas des syllogismes. On se souviendra qu'au moyen de deux exemples opposés Aristote a établi la non-validité de chaque mode qu'il ne pouvait réduire à la première figure. Tout en reconnaissant que ce procédé est logiquement correct, Lukasiewicz le critique parce qu'il introduit dans le système des termes comme "homme" et "animal" ainsi que des propositions comme "Tous les hommes sont des animaux" qui, selon lui, sont étrangers à la logique: "celle-ci ne saurait dépendre de termes et d'énoncés concrets" [1972: 87].

Pour éviter cette façon de procéder, Lukasiewicz propose deux axiomes et deux règles pour rejeter les modes qui ne sont pas des syllogismes. Les axiomes sont les modes AAI et EEI dans la deuxième figure; les règles sont le *modus tollens* (la règle du détachement pour le rejet) et une règle de substitution pour le rejet. En quelque sorte, les axiomes de rejet posent leur propre exclusion de l'ensemble des syllogismes et les règles de rejet conservent la propriété de ne pas être un syllogisme. Ainsi, à partir de ces axiomes, il est possible de rejeter d'autres modes par une simple application des règles. Des deux-cent-cinquante-six modes syllogistiques classiques, vingt-quatre sont des syllogismes et Lukasiewicz en rejette axiomatiquement deux autres. Au moyen des règles de rejet il parvient à éliminer les deux-cent-trente modes qui restent et montre ainsi que son système est décidable. Mais il va plus loin encore, puisqu'il montre qu'au moyen d'une règle supplémentaire, due à son élève J. Slupecki, il est possible de rejeter *toute* expression énoncée dans le formalisme de la théorie qui ne se démontre pas à partir des sept axiomes d'affirmation.[8]

3. LE SYLLOGISME ARISTOTELICIEN SELON LUKASIEWICZ

Le syllogisme suivant est souvent cité comme un exemple typique:

Tout homme est mortel.
OR Socrate est un homme.
DONC Socrate est mortel.

Cet exemple ne se trouve pas chez Aristote. Selon Lukasiewicz, il diffère du véritable syllogisme aristotélicien et ce de quatre façons.

(1) L'exemple contient un terme singulier ("Socrate") alors que chez Aristote on ne trouve que des termes universels.

(2) L'exemple se présente comme l'inférence ("donc") d'une proposition (la conclusion) à partir de deux autres propositions (les prémisses) alors que pour Lukasiewicz le syllogisme aristotélicien est un seul énoncé de la forme "si (p et q) alors m".[9]

(3) L'exemple contient des constantes non logiques ("homme", "mortel", "Socrate") alors que chez Aristote les termes sont toujours représentés par des variables (dans la mesure où ils se trouvent dans un syllogisme; il est vrai qu'en dehors des syllogismes Aristote donne des exemples de termes avec constantes).

(4) L'exemple se présente en extension (chaque proposi-

sition est de la forme "a est b") alors que chez Aristote les différentes parties du syllogisme s'expriment en compréhension ("b appartient à a" ou "b est prédiqué de a").[10]

Seule la deuxième de ces quatre observations semble ne pas être admise par tout un chacun. Il y a en effet de nombreuses raisons de rejeter l'idée que le syllogisme aristotélicien soit une proposition, comme je le montrerai au chapitre V. Il semble que la principale raison de Lukasiewicz en faveur de cette idée a été sa conviction qu'aucun syllogisme d'Aristote n'est formulé avec le mot "donc" (*ara*), comme on s'y attendrait dans le cas d'une inférence [1972: 40 et 88]. J.L. Austin [1952: 397] a montré que cette opinion, prise à la lettre, n'est pas juste, mais il n'en reste pas moins que dans la grande majorité des cas Aristote n'utilise pas le mot "donc" dans ses formulations de syllogismes.

Si Lukasiewicz cherche à montrer que la syllogistique aristotélicienne repose sur des axiomes, c'est en choisissant d'interpréter le syllogisme comme un seul énoncé. Son choix entraîne de nombreuses conséquences. Par exemple, il ne s'agit plus d'établir la validité des syllogismes imparfaits en les réduisant aux modes parfaits, mais de *prouver* la *vérité* de ces syllogismes en les déduisant d'axiomes. Seulement, la logique aristotélicienne ne fournit aucun moyen de le faire (ce que Lukasiewicz qualifie de "défaut radical" [1972: 62]). Dans ces conditions, Lukasiewicz se voit obligé de faire appel à toute la logique des propositions afin de justifier, et même de prouver, les syllogismes dont la vérité n'est pas posée. Il affirme ainsi que le véritable système aristotélicien ne constitue pas une théorie primitive, mais présuppose, tacitement, une autre logique dont Aristote ignorait l'existence.

NOTES DU CHAPITRE

1 Ses premiers travaux sur ce sujet remontent aux années vingt [cf. 1963 (première édition polonaise 1929) 103-117]. La publication de La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique formelle moderne [1951] a beaucoup influencé la logique contemporaine (cf. les comptes rendus d'Austin [1952], de Boehner [1952], de Dopp [1952], d'Issman [1954] et de Prior [1952], ainsi que les travaux originaux dont il sera question dans le chapitre V ici même).

2 "Nous ne possédons à ce jour aucun exposé fidèle de la logique aristotélicienne" [Lukasiewicz 1972: 41].

3 Ces possibilités d'économie sont résumées par Prior [1962: 119-120]; Lukasiewicz [1972: 63] lui-même signale la découverte par Aristote de la prééminence de Barbara et de Celarent. Cf. aussi Rose [1968: 54sqq.].

4 Dans sa Logica demonstrativa [1ère édition 1697]; voir A.F. Emch [1935: 58-60 et 226-227].

5 Un terme universel (par exemple "homme") peut être prédiqué de plusieurs objets. Un terme singulier ("Callias") peut être prédiqué d'un et un seul objet, mais un terme vide ("bouc-serf") ne peut être prédiqué d'aucun objet.
Un terme négatif ("non-homme", "non-Callias", etc.) est la négation d'un terme, quelle que soit sa quantité. Une façon d'obtenir un terme négatif est d'appliquer une obversion. L'obversion est la transformation d'une proposition catégorique qui consiste à nier le prédicat et à modifier la qualité de la proposition, sans modifier le sujet ou la quantité de la proposition. Par exemple, l'obverse de "Tout s est p" est "Aucun s n'est non-p". Chez Aristote lui-même on ne trouve ni de termes négatifs ni d'obversion.

6 Je ne présenterai pas la notation symbolique que Lukasiewicz utilise pour ces opérateurs.

7 "L'image de la logique aristotélicienne a été faussée non seulement par les logiciens

qui venaient de la philosophie [...] mais aussi par les logiciens qui venaient des mathématiques" [Lukasiewicz 1972: 141].

8 By the solution of this problem the main investigations on Aristotle's syllogistic are brought to an end" [Lukasiewicz 1951: 76]. Ainsi, Lukasiewicz se fait l'écho non seulement d'Aristote en affirmant que personne n'avait travaillé dans ce domaine avant lui (voir le premier paragraphe de ce chapitre), mais aussi de Kant en affirmant qu'il n'y reste plus rien à étudier.

9 Dans l'édition originale de La syllogistique d'Aristote, Lukasiewicz utilise le mot anglais "proposition", mais il y a de bonnes raisons de penser qu'il entend par ce mot une expression symbolique et non pas ce qu'elle exprime. Dans la traduction anglaise des Elements of Mathematical Logic on dit explicitement "sentences". La justification par Lukasiewicz de son rejet de l'emploi de contre-exemples (dans La syllogistique d'Aristote [1972: 87 et 89]) est révélatrice aussi: elle montre que Lukasiewicz tient à un formalisme strict, que pour lui aucune constante non logique ne peut être prise en considération dans le cadre de la logique.

10 Lukasiewicz ne semble pas avoir remarqué ce dernier point dans ces Elements of Mathematical Logic de 1929, où les syllogismes sont donnés en extension [cf. par exemple 1963: 103]. Signalons aussi que dans la notation de Lukasiewicz, qui remonte jusqu'à 1929 au moins, "Aab" signifie que "tout a est b"; ainsi, Lukasiewicz écrit le sujet avant le prédicat, et non l'inverse comme le fait Aristote.

CHAPITRE V UN POINT DE VUE RIVAL

1. PREAMBULE

Après la parution, en 1951, de la première édition de *La syllogistique d'Aristote* de Lukasiewicz, les réactions ne se font pas attendre. Dans un premier temps cet ouvrage a été l'objet d'un grand nombre de comptes rendus[1] dont le bilan peut être qualifié d'ambigu. En effet, les louanges s'accompagnaient de critiques, comme si on cherchait à dire que le travail de Lukasiewicz présentait un intérêt certain mais qu'il contenait tout de même des difficultés non négligeables. Dans un deuxième temps, ces difficultés, mais aussi l'intérêt de l'oeuvre de Lukasiewicz ont conduit bon nombre de logiciens à chercher une interprétation plus satisfaisante.[2] Ainsi, Lukasiewicz a ouvert la voie à une activité de recherche intense, qui a culminé lors de la publication presque simultanée, par deux logiciens travaillant de façon indépendante, de travaux semblables selon lesquels la syllogistique d'Aristote constitue un système de déduction naturelle[3] [Corcoran 1972, 1973, 1974a, 1974b, 1975; Smiley 1973].

Avant d'exposer cet autre point de vue, il convient de rappeler que l'interprétation de Lukasiewicz repose sur l'idée que tout syllogisme aristotélicien est une proposition conditionnelle. Il est possible de mettre en évidence trois grandes catégories de reproches qu'on a faits à cette idée.

(1) *Reproches d'ordre général.* Comme je l'ai dit dans le chapitre précédent, l'absence du mot *ara* ("donc") dans les formulations de syllogismes chez Aristote est la justification que donne Lukasiewicz pour son interprétation. Selon lui, le syllogisme aristotélicien ne peut pas être une inférence comme le syllogisme traditionnel parce que dans la formulation d'une inférence on attendrait le mot *ara*. On reproche à Lukasiewicz le peu de poids de cet argument ainsi que le fait qu'il n'est pas universellement vrai. Si, avec Prior, Rose et d'autres, on fait l'hypothèse que les écrits aristotéliciens ne donnent pas de syllogismes mais seulement une *discussion* de syllogismes, qui a lieu dans une *métalangue*, l'affirmation de Lukasiewicz n'est pas déterminante. En effet, à propos d'un syllogisme on peut affirmer, ou bien "ce sont les prémisses, *donc* la conclusion s'ensuit", ou bien "*si* on a de telles prémisses *alors* la conclusion s'ensuit". Même si on suppose qu'il s'agit, dans les passages en question, de véritables syllogismes exprimés dans la langue-objet, il semble improbable qu'Aristote aurait admis que tout mode syllogistique dans lequel la valeur de vérité de la conjonction des prémisses est le faux constitue un syllogisme valable; c'est pourtant ce que Lukasiewicz aurait dû admettre si le syllogisme était une proposition conditionnelle.

(2) *Reproches d'inconséquences internes.* En parlant de syl-

logismes, Lukasiewicz se voit obligé d'adopter le vocabulaire qui convient à des inférences. Au lieu de parler de "l'antécédent" et du "conséquent", comme il serait naturel si un syllogisme était bien une proposition conditionnelle, Lukasiewicz parle parfois des "prémisses" d'un syllogisme et de sa "conclusion" [p. ex. 1972: 85 et 91]. De même, quoiqu'il indique qu'une proposition est vraie ou fausse mais qu'une inférence est valide ou non valide [40], il est souvent question dans son texte de syllogismes ou de "formes syllogistiques" valides ou non valides, voire concluants ou non concluants [cf. p. ex. 48, 89 et 109].

(3) *Reproches concernant la théorie de la déduction de Lukasiewicz.* Selon Aristote, "la preuve est une sorte de syllogisme, mais il n'est pas le cas que tout syllogisme est une preuve" [*An. pr.* A4, 25b26-31]. Cette affirmation serait difficile à comprendre si un syllogisme était une proposition. En effet, il s'ensuivrait que toute preuve est une sorte de proposition. Mais si toute preuve est une proposition alors quelque proposition est une preuve, et comment une proposition peut-elle constituer une preuve? A ce problème s'ajoute celui de savoir comment un syllogisme peut être *l'objet* d'une preuve (si un syllogisme est une proposition vraie, on devrait pouvoir la prouver). Le mécanisme déductif de la logique des propositions est nécessaire pour donner la preuve d'une proposition, mais cette logique est manifestement absente des écrits aristotéliciens. Par conséquent, Lukasiewicz l'ajoute aux éléments proprement syllogistiques de son interprétation. Mais s'il l'ajoute ce n'est pas pour combler un vide, puisque Aristote avait déjà une théorie de la déduction qu'il a même expliquée en détail. Lukasiewicz n'ignore pas cette théorie mais il estime qu'elle a le "défaut radical" [1972: 62] de supposer que les syllogismes imparfaits se démontrent au moyen de syllogismes. Lukasiewicz propose de *remplacer* la théorie aristotélicienne de la déduction par sa propre théorie.[4]

C'est surtout ce dernier point qui conduit à un malaise et finalement à la recherche d'une autre solution. On estime en effet que pour Aristote un syllogisme avait non seulement deux parties distinctes (prémisses-conclusion ou, avec Lukasiewicz, antécédent-conséquent) mais aussi une structure déductive. En faisant la distinction entre les réductions ostensive et par l'impossible Aristote a montré qu'il s'intéresse à *la façon* dont les conclusions se dérivent aussi bien qu'à l'identité des conclusions qu'il est possible de dériver. Lukasiewicz obtient les mêmes résultats qu'Aristote mais par des méthodes différentes. C'est avant tout pour rendre compte des méthodes effectivement utilisées par Aristote qu'un point de vue rival à celui de Lukasiewicz a été développé.

2. LA SYLLOGISTIQUE ARISTOTELICIENNE SELON CORCORAN ET SMILEY

Ces deux auteurs cherchent à utiliser les mêmes termes primitifs et les mêmes règles qu'Aristote, et à reconstruire la structure logique des déductions aristotéliciennes. Ils cherchent, en somme, à utiliser les mêmes éléments qu'Aristote et de la même façon que lui. Ils reproduisent la méthode aristotélicienne pas par pas, de sorte que les déductions dans leurs systèmes constituent de véritables traductions de la présentation d'Aristote. Corcoran et Smiley estiment que sa méthode était son résultat principal et qu'Aristote le savait.

2.1 La question du statut de la syllogistique

Si Lukasiewicz ne s'intéresse qu'aux produits de la méthode obtenus par Aristote, c'est que pour lui la syllogistique aristotélicienne constitue une *science* axiomatique comparable à certaines disciplines mathématiques [1972: 33-34 et 88]. Une telle science ne se donne pas pour objet d'étude sa propre méthodologie. Euclide, par exemple, tout en développant la géométrie en tant que science axiomatique, n'a pas explicité les règles qu'il employait dans les déductions de théorèmes à partir de ses axiomes et définitions. Le problème qu'il s'est posé n'était pas celui de la déduction. Il *présupposait* le langage de la géométrie, le système de déduction et le système sémantique qui permettent la déduction, par un *raisonnement logique,* des théorèmes de sa géométrie. Ainsi, une science axiomatique n'est pas en soi un système logique, mais elle présuppose un système logique pour effectuer ses déductions. On appelle cette logique sa *logique sous-jacente.*

Pour Lukasiewicz, le domaine d'objets de la syllogistique d'Aristote est celui des termes universels dans les relations A, E, I et O [1972: 33], et la logique des propositions constitue sa logique sous-jacente [66].

Corcoran ne partage pas ce point de vue.[5] Il pense, quant à lui, que dans les *Premiers analytiques* Aristote présente sa syllogistique comme la logique sous-jacente aux sciences axiomatiques dont les *Seconds analytiques* rendent compte. En particulier, Aristote présente dans ses *Premiers analytiques* sa théorie de la déduction. C'est un travail essentiellement descriptif. Par exemple, dans ce texte, il n'*utilise* pas de déduction par l'impossible mais il la *mentionne* et l'explique. Ainsi, une théorie de la déduction pose un certain nombre de principes qui rendent compte de déductions. Ces principes sont nécessairement métalinguistiques au sens contemporain du terme.

Cette façon de voir les choses explique peut-être pourquoi Lukasiewicz attache une telle importance à l'absence d'un mot signifiant "donc" dans les formulations de syllogismes d'Aristote et aussi pourquoi ses critiques ne lui accordent pas cette importance. En effet, toute loi d'une science s'énonce dans la langue-objet. Pour Lukasiewicz, qui considère la syllogistique comme une science, un syllogisme n'est ni plus ni moins que ce qui est dit. Il n'en va pas de même pour ceux qui ne trouvent dans la syllogistique aristotélicienne que des principes.

2.2 Le langage formel[6]

L'alphabet se compose de deux ensembles:

(1) Un ensemble fini de relations R: $\{A, E, I, O\}$;

(2) un ensemble infini de constantes non logiques
U : $\{u_1, u_2, u_3, \ldots\}$.

L'ensemble des expressions bien formées (ebf) est engendré de la façon suivante:

(1) Si $r \in$ R et si x et $y \in$ U et $x \neq y$, alors rxy est une ebf.

(2) Rien n'est une ebf sinon par (1).

Une ebf du système est donc le résultat de l'adjonction d'un symbole de relation au début d'une chaîne de deux symboles de constantes distincts.

Un foncteur c dont l'application à une ebf du système produit l'expression contradictoire se définit par la table suivante:

ebf	*c*(ebf)
Axy	Oxy
Exy	Ixy
Ixy	Exy
Oxy	Axy

Le symbole *c* n'appartient pas au système lui-même mais fait partie de la métathéorie.

L'explication d'une notion grammaticale facilitera la discussion: un *argument* est un couple ordonné $\langle p, d\rangle$ où p est un ensemble d'ebf (les *prémisses*) et d est une ebf (la *conclusion*). Dans la syllogistique aristotélicienne, l'ensemble p contient au moins deux éléments.

Il importe de remarquer que le langage formel du système ne contient aucune variable; les contantes qui appartiennent à l'ensemble U sont les seuls termes du système. En effet, Corcoran est d'avis que dans *tous* les syllogismes aristotéliciens les constantes sont non logiques; il affirme qu'on ne trouve nulle part chez Aristote des schémas d'arguments ou des fonctions propositionnelles. Toute exception apparente se comprend selon lui comme une référence métalinguistique à des "syllogismes concrets" [1974a: 126, n. 10]. Selon ce point de vue, Aristote utilisait des métavariables (ou "variables syntaxiques") mais pas de variable dans son langage-objet.

Il faut souligner que ce système ne contient aucun opérateur propositionnel. Comme il n'y a pas d'opérateur de négation il n'est pas possible de réduire le nombre de relations primitives au moyen de définitions, comme le fait Lukasiewicz.

On remarquera aussi qu'aucune ebf du système ne contient deux mentions d'un même mot sémantique (ou constante non logique). Aristote semble éviter de telles "autoprédications"; par conséquent, elles ne font pas partie de ce système. (On se souviendra que Lukasiewicz considère les expressions de la forme Axx et Ixx comme sous-entendues dans le travail d'Aristote, là où il les introduit comme axiomes). Corcoran et Smiley affirment non seulement que ces expressions manquent, mais que dans toute la syllogistique aristotélicienne il n'y a aucune ebf logiquement vraie.[7]

2.3 La sémantique

Je présente ici un résumé du système sémantique élaboré par Corcoran [1974a: 103 sqq.].

Les interprétations sont tout simplement des assignations d'ensembles non vides aux éléments de l'ensemble U (les constantes de termes). Plus précisément, i est une interprétation du langage formel du système ssi i est une application qui fait correspondre un ensemble non vide à chaque élément de U. Ainsi, on fait correspondre à chaque mot sémantique un ensemble d'individus.

L'évaluation d'une ebf pour une interprétation donnée D se détermine de la façon suivante:

(1) valeur$_D$ (Axy) = V si $x_D \subseteq y_D$ et
valeur$_D$ (Axy) = F sinon.

(2) valeur$_D$ (Exy) = V si $x_D \cap y_D = \phi$ et
valeur$_D$ (Exy) = F sinon.

(3) valeur$_D$ (Ixy) = V si $x_D \cap y_D \neq \phi$ et
valeur$_D$ (Ixy) = F sinon.

(4) valeur$_D$ (Oxy) = V si $x_D \nsubseteq y_D$ et
valeur$_D$ (Oxy) = F sinon.

Soit d une ebf du système (une proposition catégorique) et M une interprétation. On appelle M un *modèle* pour d ssi d est vraie par rapport à M. Soit p un ensemble d'ebf. M est un modèle pour p ssi tous les éléments de p sont vrais par rapport à M. On appelle d une *conséquence logique* de p ssi tout modèle pour p est aussi un modèle pour d (on écrit $p \models d$). Un argument $\langle p, d \rangle$ est *valide* si $p \models d$, sinon il est *non valide*.

Les notions de modèle, de validité/non-validité et même celle d'argument ne font pas partie de la présentation d'Aristote. La conséquence logique, par contre, figure parmi les concepts primitifs (donc non analysés) de sa logique. Si j'emprunte ici ces quelques éléments de vocabulaire moderne à Corcoran, c'est pour me donner les moyens d'expliquer celui d'Aristote. En particulier, il est indispensable à toute discussion de la syllogistique d'attribuer un sens précis au mot *valide*.

2.4 L'appareil déductif

2.4.1 Les caractéristiques du système

Lukasiewicz est d'avis non seulement que la syllogistique aristotélicienne constitue une science, mais aussi qu'elle repose sur des axiomes. Ainsi, il distingue le statut de la syllogistique de ses caractéristiques. Il convient maintenant d'examiner ce dernier aspect, qui concerne en particulier le système utilisé par Aristote pour effectuer ses déductions.

Lukasiewicz propose d'interpréter les "syllogismes parfaits" comme les axiomes d'un système dont on déduit les "syllogismes imparfaits" (interprétés par Lukasiewicz comme les théorèmes du système) au moyen de la logique des propositions. S'il a de bonnes raisons pour identifier les syllogismes parfaits à des axiomes, il s'engage ainsi à identifier le système aristotélicien de la déduction, qui n'utilise pas la logique des propositions, à un système qui utilise cette logique. En effet, un axiome est une proposition, et tout système axiomatique doit faire appel à des principes de la logique des propositions pour dériver des théorèmes. C'est pour éviter le recours à la logique des propositions que Bacon, Corcoran, Smiley et d'autres ont cherché à modéliser la syllogistique par des systèmes de déduction naturelle qui ne contiennent pas d'axiomes. Un système de déduction est dit "naturel" s'il contient beaucoup de règles mais peu d'axiomes ou même aucun axiome, et "axiomatique" s'il contient un grand nombre d'axiomes mais peu de règles voire une seule règle.

Au lieu d'établir la vérité des propositions, les systèmes de déduction naturelle de Corcoran et de Smiley établissent la validité d'arguments. Ces systèmes reposent sur la notion métalogique de conséquence logique. Aristote présuppose cette même notion, mais sous forme différente. En effet, la notion aristotélicienne de *syllogisme imparfait* est assez proche de celle d'un argument valide:

> A syllogism may be valid, in that its conclusion follows from its premisses, but it may nonetheless be 'imperfect' because it fails to *show that* the conclusion follows. Aristotle's procedure in such a case is to 'reduce' the imperfect syllogism to a perfect one by filling in its intervals with intermediate steps [*An. Pr.* 24b24, *An. Post.* 79a30]. This description makes excellent sense if syllogisms are regarded as arguments -to reduce an imperfect syllogism is to make it perspicuous by expanding it so that it has a finer and hence argumentatively more satisfying structure. We see, too, that the additional material may be inserted so as to produce either a fuller ostensive argument or a per impossibile one. [Smiley 1973: 137].

2.4.2 Le syllogisme aristotélicien selon Corcoran et Smiley

Il importe de reconnaître que la plupart des arguments valides ne montrent pas eux-mêmes que leurs conclusions sont des conséquences logiques de leurs prémisses: ils sont valides mais ils ne sont pas *évidemment* valides. Afin de montrer qu'un argument est valide, il faut procéder à un raisonnement logique qui consiste à établir des "conclusions intermédiaires" entre les prémisses et la conclusion. Autrement dit, il faut construire une déduction. Aristote appelait *perfectionnement* du syllogisme le processus qui ajoute des pas intermédiaires et *syllogisme parfait* le résultat de ce processus, c'est-à-dire la déduction achevée. [cf. Corcoran 1975: 100-101].[8]

Aristote ne semble pas avoir disposé d'un terme qui soit l'équivalent d'*argument*. En effet, un argument peut être valide ou non valide, mais tout syllogisme (même un syllogisme imparfait) est valide.

Puisque aucun argument du système avec un ensemble vide de prémisses n'est valide, aucun syllogisme n'est sans prémisse donc n'est une ebf logiquement vraie.

Les trois conversions constituent des arguments valides avec des ensembles de prémisses contenant un seul élément, mais Aristote ne les a pas reconnues comme des syllogismes, car pour lui, tout syllogisme doit avoir *au moins* deux prémisses. [cf. p. ex. *An. pr.* A25, 42a34].

Il ressort des chapitres A23 et A25 des *Premiers analytiques* qu'un syllogisme peut avoir plus de deux prémisses (comme le laisse entendre d'ailleurs la définition qu'Aristote donne du syllogisme [*An. pr.* A1, 24b19-21] ainsi que son affirmation que toute preuve est un syllogisme [*An. pr.* A4, 25b26-31]). Corcoran explique, dans le traitement d'Aristote, le rôle privilégié des syllogismes à deux prémisses en interprétant le chapitre A23 des *Premiers analytiques* de la façon suivante: Aristote y montre que si tout syllogisme à deux prémisses est déductible alors tout syllogisme comportant au moins deux prémisses est déductible [Corcoran 1974a: 91].

2.4.3 La théorie de la déduction

Un syllogisme est rendu parfait si on parvient à enchaîner des inférences évidentes entre les prémisses et la conclusion. Dans ces conditions, deux questions se posent:

- *quelles* sont les inférences évidentes?
- *comment* s'enchaînent-elles pour rendre un syllogisme parfait?

Pour répondre à ces questions, il faut identifier les règles du système et en expliquer leur utilisation dans les déductions.

(1) *Les règles.* Le système de Corcoran utilise sept règles (en plus de celles d'hypothèse et de répétition), soit:

- quatre syllogismes parfaits:

$$\frac{\mathrm{A}zy \quad \mathrm{A}xz}{\mathrm{A}xy} \qquad \frac{\mathrm{E}zy \quad \mathrm{A}xz}{\mathrm{E}xy} \qquad \frac{\mathrm{A}zy \quad \mathrm{I}\,xz}{\mathrm{I}\,xy} \qquad \frac{\mathrm{E}zy \quad \mathrm{I}\,xz}{\mathrm{O}xy}$$

- trois conversions:

$$\frac{\mathrm{E}yx}{\mathrm{E}xy} \qquad \frac{\mathrm{I}\,yx}{\mathrm{I}\,xy} \qquad \frac{\mathrm{A}yx}{\mathrm{I}\,xy}$$

On reconnaît dans les quatre premières règles Barbara, Celarent, Darrii et Ferio. Ainsi, ces quatre syllogismes font partie de l'appareil déductif d'autres syllogismes.

Il importe de remarquer qu'Aristote pose la perfection (c'est-à-dire l'évidence de la validité) de ces syllogismes de la première figure, mais qu'il rend parfaits les syllogismes des autres figures. Il serait donc faux d'identifier les syllogismes parfaits à ceux de la seule première figure.

(2) *La méthode déductive.* En termes aristotéliciens, le problème est de préciser de quelle façon les inférences évidentes s'enchaînent pour produire des syllogismes parfaits; aujourd'hui on dirait qu'il faut expliquer comment on utilise les règles d'inférence pour construire des déductions.

Aristote présente deux méthodes générales pour rendre parfait un syllogisme imparfait: la déduction directe (ou ostensive) et la déduction indirecte (ou par l'impossible). Une déduction directe est une suite ordonnée finie d'inférences intercalées entre les prémisses *p* et la conclusion *d*, telle que chaque expression qui suit *p* résulte de l'application d'une règle à des conclusions déjà dans la suite et que la dernière expression obtenue de cette façon soit *d*. On dit qu'une déduction est indirecte si elle va, non pas des prémisses *p* à la conclusion *d*, mais de *p plus* la proposition contradictoire à la conclusion, c'est-à-dire *c(d)* (posée comme une supposition *supplémentaire* et distincte des prémisses), à une paire de propositions contradictoires *e* et *c(e)* (non pas à *d*). Ainsi, une telle déduction ne contient pas sa conclusion.

Corcoran est d'avis qu'Aristote ne disposait d'aucune *règle* qui corresponde au raisonnement par l'absurde (comme par exemple la règle d'introduction de la négation dans certains systèmes de déduction naturelle pour la logique des propositions). Il estime en effet qu'*au lieu* d'avoir une telle règle, le système aristotélicien dispose d'une classe particulière de déductions. Selon lui, Aristote considère la déduction par l'impossible comme "un certain style de déduction" [Corcoran 1974a: 116] qui prend toujours la forme suivante: après l'inscription des prémisses on ajoute la proposition contradictoire de la conclusion qu'on cherche à déduire, puis on déduit une contradiction par un raisonnement *direct*. Cela signifie que la conclusion obtenue sous l'hypothèse absurde (la contradiction, qui n'est bien entendu pas la conclusion de la déduction) constitue la *fin* d'une déduction indirecte; par conséquent, aucune déduction du système n'utilise plus d'un raisonnement par l'absurde. [9]

Une modification du système qui permettrait de tels raisonnements abandonnerait alors la distinction entre la déduction directe et indirecte; en effet, à la place des déductions indirectes on aurait des *déductions* (tout simplement) qui font une ou plusieurs applications d'une règle pour le raisonnement par l'absurde.

A supposer que cette modification soit effectuée on peut faire deux remarques. D'abord, rien n'est gagné en ajoutant la règle parce que l'ancien système (non modifié) est complet (pour tout *p*, *d*, si $p \models d$ alors $p \vdash d$; [10] démontré plus loin) et le système modifié est fondé (pour tout *p*, *d*, si $p \vdash d$ alors $p \models d$). Par conséquent, tout argument déductible dans le système modifié l'était déjà dans le système non modifié. Ensuite,

> Aristotle may well have been thinking of *reductio* [11] as a rule of inference but either lacked the motivation to state it as such or else actually stated it as such only to have his statements deleted or modified by copyists. It may even be the case that further scholarship will turn up convincing evidence for a *reductio* rule in the extant corpus. This is left as an open question in Aristotle scholarship. [Corcoran 1974a: 117].

3. QUELQUES EXEMPLES DE SYLLOGISMES

Voici quelques exemples de déductions. Je les présenterai sous forme d'une mise en évidence métalinguistique de la *structure* des syllogismes, mon objet étant plutôt de donner une idée de la méthode déductive que d'insister sur des déductions particulières.