

avec l'ebf A, respectivement B, associée par définissabilité à la fonction f, respectivement h [Mendelson 1979: 149].

METATHEOREME 37.6 - L'opération de MINIMALISATION GENERALISEE conserve la propriété de définissabilité.

Soit f une fonction récursive telle que, quel que soit le k-uple  $\langle n_1, \dots, n_k \rangle$ , il existe un n tel que  $f(n_1, \dots, n_k, n) = 0$ .

f est définissable dans  $S^a$ . Il existe donc une ebf A, à n+2 arguments qui lui est associée.

$$A(v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, v_{k+2})$$

Soit  $g(n_1, \dots, n_k)$ , la fonction récursive définie par l'opération de minimalisation sur f

$$g(n_1, \dots, n_k) = \mu n (f(n_1, \dots, n_k, n) = 0).$$

Cette fonction g est définissable dans  $S^a$  par l'ebf C à k+1 arguments:

$$C(v_1, \dots, v_k, v_{k+1}) = \text{df } A(v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, \underline{0}) \wedge \\ (\forall v)((v < v_{k+1}) \supset \\ \sim A(v_1, \dots, v_k, v, \underline{0}))$$

[Mendelson 1979: 150].

Terminons cette partie qui concerne la définissabilité par une dernière question.

Q u e s t i o n :

151. Esquisser les grandes lignes d'une démonstration qui vérifierait que toute relation récursive est définissable dans  $S^a$ .

## EPILOGUE

La théorie des systèmes formels est l'aboutissement d'une longue réflexion sur la nature du raisonnement hypothético-déductif et sur le problème des fondements des théories mathématiques et logiques. A cet égard, l'apport des logiciens et mathématiciens des XIXème et XXème siècles est déterminant. A travers notamment les travaux de Boole, Cantor, Frege, Russell, Hilbert, les théorèmes de limitation de Gödel, on observe une formalisation progressive de la pensée déductive. Cette mise en forme s'achève par la réalisation d'un édifice théorique particulièrement complexe et structuré, où langue et métalangue sont soigneusement séparées et où la syntaxe et la sémantique apparaissent comme deux domaines strictement différenciés bien que pensés l'un par rapport à l'autre.

Les deux premiers fascicules des *Travaux de Logique* du Centre de Recherches Sémiologiques ont pour objectif de présenter la théorie des systèmes formels, tout en mettant en évidence l'instrument d'analyse qu'elle offre, sa rigueur et sa précision. Mais cette contribution voudrait offrir davantage. A travers les propriétés métalogiques -notamment les théorèmes de Löwenheim et de Skolem, les résultats de Gödel, la thèse de Church- elle vise à susciter une réflexion sur les faits de limitation et l'esprit de construction qui sont associés à la théorie des systèmes formels. Elle voudrait mettre en évidence que la formalisation ne saurait se dispenser de la pensée naturelle. Ces deux fascicules aimeraient également exposer une connaissance qu'il est utile de dominer pour aborder d'autres manières de concevoir les langues formelles. Ils voudraient aussi être un argument pour justifier la nécessité et la légitimité d'une réflexion qui se prolonge dans le champ de la logique naturelle. D'autres monographies s'emploieront à développer davantage ces différents aspects.

Nous concluons en citant un passage de l'ouvrage de D. Dubarle: *Initiation à la logique*. Bien qu'écrites en 1957, ces lignes restent aujourd'hui encore très actuelles. Leur intérêt excusera la relative longueur de la citation.

Les formalismes logico-mathématiques que nous sommes capables de mettre sur pied sont du genre des herbiers. Ils nous font voir distinctement un état de la pensée mathématique. Ils ne nous montrent pas directement ces virtualités antérieures aux états mêmes, ces virtualités préscientifiques que la pensée mathématique vivante et en instance d'évolution emporte avec elle comme son plus précieux capital d'avenir. Leur fonction est précisément *de ne pas* les représenter, de les faire perdre au clair concept de la science afin de mieux faire sentir, comme par un choc en retour, l'originalité et le prix de ce qui est absent de ce clair concept. Que ce quelque chose existe comme une source indéfinie de renouvellement, ils l'at-

testent d'une façon indirecte. Les théorèmes critiques de Gödel, Church, Löwenheim-Skolem sont des théorèmes qui forcent à comprendre la non-autarchie de ces formalismes, l'impossibilité qu'ils ont de se clore de façon suffisante sur eux-mêmes. Les formalismes manifestent alors, pour ainsi dire, l'adhérence du résultat qu'ils sont à un indéfini qui n'est *pour eux* que néant et obscurité, mais d'où montera leur renouvellement essentiel. *Pour l'esprit du mathématicien* qui vit sa pensée, l'indéfini en question n'est en effet nullement néant et obscurité, mais faculté indéfinie et encore inexplorée des clartés ultérieures. Le bienfait des formalismes à cet égard est d'apprendre où il faut désormais regarder pour entrer dans le radicalement nouveau, dans le véritable imprévu qui seul fait les grandes conquêtes.

La logique de la pensée mathématique paraît ainsi s'être conquise à la fois en vertu d'une espérance naïve de la rationalité mathématique et comme en vue de démontrer à l'esprit le succès bien relatif de cette espérance c'est-à-dire au fond sa catastrophe. Mais les résultats de cette conquête ne sont pourtant pas aussi négatifs qu'il peut le paraître au terme de cette démonstration toute neuve (il y a tout juste vingt cinq ans que Gödel a démontré ses théorèmes). Un certain départ se fait. Ce qui passe des mathématiques et de leur logique dans les formalismes c'en est précisément le passé, si riche soit-il encore d'avenues à parcourir et incomplètement parcourues. Mais la nette conscience de ce passé, une fois bien vu qu'il ne saurait être tout, permet d'aborder le tout avec des yeux renouvelés, formés à l'exploration de l'avenir, aussi bien ouverts à la création mathématique la plus essentielle que préparés à la logique, inédite encore, de ces créations qui viendront. [pp. 81-82]

BIBLIOGRAPHIE

- BOOLOS G.S. & JEFFREY R. [1985]: *Computability and Logic*. Cambridge, Cambridge University Press.
- BOUVIER A. & GEORGE M. [1979]: *Dictionnaire des mathématiques*. Paris, PUF.
- CHURCH A. [1932]: "A set of postulates for the foundation of logic", *Annals of Mathematics*, 33, no 2, part I, pp. 346-366.
- [1933]: "A set of postulates for the foundation of logic", *Annals of Mathematics*, 34, part II, pp. 839-864.
- CORCORAN J. [1973]: "Gaps between logical theory and mathematical practice", in M. Bunge (ed.): *The methodological unity of science*. Dordrecht, Reidel Pub., pp. 23-49.
- DALEN D. van [1983]: "Algorithms and decision problems: a crash course in recursion theory", in D. Gabbay & F. Guenther (eds): *Elements of classical logic*. Dordrecht, Reidel Pub., pp. 409-478.
- DAVIS M. [1965]: *The undecidable*. New York, Raven Press.
- DEDEKIND D.W.R. [1932]: "Was sind und was sollen die Zahlen?", *Ges. Math. Werke*, t. III. Vieweg, Braunschweig, pp. 335-391 (parution 1888).
- DETLOVS V.K. [1958]: "Equivalence of normal algorithms and recursive functions", *Tr. Mat. Inst. Steklov*, LII, pp. 75-139.
- DIEUDONNE J. [1978]: *Abrégé d'histoire des mathématiques*, II. Paris, Hermann.
- DUBARLE D. [1957]: *Initiation à la logique*. Paris, Gauthier-Villars, Collec. de Logique mathématique, XIII.
- [1967]: "Critique du réductionnisme" in *Logique et connaissance scientifique*. Paris, Gallimard, La Pléiade, pp. 334-356.
- DUMITRIU A. [1977]: *History of logic*. Tunbridge Wells (Kent), Abacus Press, 4t. en 1 vol. Transl. by D. Zamfirescu.
- EUCLIDE [1956]: *The thirteen books of Euclid's elements*. New York, Dover. Traduction, introduction et commentaire de T. Heath.
- GENTZEN G. [1935]: "Die Widerspruchfreiheit der reinen Zahlentheorie", *Mathematischen Annalen*, vol. 112, pp. 493-565.
- GODEL K. [1931]: "Ueber formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I", *Monatsch. für Math. und Physik*, 38, pp. 193-198.
- [1965]: "On formally undecidable propositions of Principia Mathematica and related Systems", in M. Davis (ed.) [1965], pp. 5-38. (Première publication 1931).
- [1967]: "The completeness of the axioms of the functional calculus of logic", in J. van Heijenoort (ed.) [1967], pp. 582-591. (Première publication 1930).

- GRASSMANN H. [1984]: *Gesammelte Werke*. Leipzig, Teubner, 3. vol.
- GRIZE J.-B. [1972]: *Logique moderne I*. Paris/ Mouton, Gauthier-Villars/  
La Haye.
- GRZEGORCZYK A. [1974]: *An outline of mathematical logic*. Dordrecht, Reidel  
Pub.
- HEIJENOORT J. van [1967]: *From Frege to Gödel*. Cambridge, Harvard University  
Press.
- HENKIN L. [1949]: "The completeness of the first-order functional calculus",  
*The Journal of Symbolic Logic*, vol. 14, no 3, pp. 159-166.
- HERBRANDT J. [1930]: "Recherches sur la théorie de la démonstration", *Travaux  
de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, III, 33,  
pp. 33-160.
- HILBERT D. & BERNAYS P. [1934]: *Grundlagen der Mathematik*. Berlin, Springer,  
vol. 1.
- [1939]: *Grundlagen der Mathematik*. Berlin, Springer,  
vol. 2.
- HILBERT D. [1967]: "The foundation of mathematics", in J. van Heijenoort (ed.)  
[1967], pp. 464-479. (Première publication 1927).
- HUNTER G. [1973]: *Metalogic. An introduction to the metatheory of standard  
first-order logic*. Berkeley, University of California Press.
- KLEENE S.C. [1935]: "A theory of positive integers in formal logic",  
*American Journal of Mathematics*, vol. 57, part I, pp. 153-173,  
part II, pp. 219-244.
- [1936]: " $\lambda$ -definability and recursiveness", *Duke Math. Journal*,  
2, 340-353.
- [1971]: *Introduction to metamathematics*. Amsterdam, North-  
Holland.
- KNEALE N. & KNEALE M. [1962]: *The development of logic*. Oxford, Clarendon  
Press.
- LOWENHEIM L. [1967]: "On possibilities in the calculus of relatives", in J.  
van Heijenoort (ed.) [1967], pp. 228-251. (Première parution 1915).
- MARKOV A. [1954]: "The theory of algorithms", *Tr. Mat. Inst. Steklov*, XLII.
- MARTIN R. [1964]: *Logique contemporaine et formalisation*. Paris, PUF.
- MENDELSON E. [1979]: *Introduction to mathematical logic*. New York, Van  
Nostrand.
- MONK J.B. [1976]: *Mathematical logic*. New York, Springer.
- PEANO G. [1967]: "The principles of arithmetic, presented by a new method"  
in J. van Heijenoort (ed.) [1967], pp. 23-97. (Première publica-  
tion 1889).

- PRESBURGER M. [1929]: "Ueber die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt", *Sprawozdanie z I Kongresu matematyków krajów słowiańskich, Warszawa 1929. (Warsaw, 1930)*, pp. 92-101, 395.
- ROBINSON R.M. [1950]: "An essentially undecidable axiom system", *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*. Cambridge, University Press.
- ROSSER D.B. [1978]: *Logic for mathematicians*. New York, Chelsea.
- SKOLEM T. [1933]: "Ueber die Unmöglichkeit einer vollständigen Charakterisierung der Zahlenreihe mittels eines endlichen Axiomensystems", *Norsk matematisk forenings skrifter, série 2, no 10*, pp. 73-82.
- [1934]: "Ueber die Nicht-Charakterisierbarkeit der Zahlenreihe mittels endlich oder abzählbar unendlich vieler Aussagen mit ausschliesslich Zahlenvariablen", *Fundamenta Mathematicae, 23*, pp. 150-161.
- [1967]: "On mathematical logic", in J. van Heijenoort (ed.) [1967], pp. 508-524. (Première publication 1923).
- [1971]: "Peano's axioms and models of Arithmetic", in T. Skolem et al.: *Mathematical interpretation of formal systems*. Amsterdam, North-Holland, 1-14.
- TARSKI A. [1971]: *Introduction à la logique*. Paris, Gauthier-Villars.
- [1972]: *Logique, sémantique, métamathématique*. Paris, A. Colin, vol. 1.
- [1974]: *Logique, sémantique, métamathématique*. Paris, A. Colin, vol. 2.
- TURING A. [1936-37]: "On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem", *Proceedings of London Math. Society, 42*: pp. 230-265, *43*: pp. 544-546.
- [1937]: "Computability and  $\lambda$ -definability", *The Journal of Symbolic Logic, vol. 2, no 4*, pp. 153-165.
- WHITEHEAD A.N. & RUSSELL B. [1910]: *Principia Mathematica*. Cambridge, University Press, vol 1.

## INDEX DES AUTEURS

### Introduction à la théorie des systèmes formels

Les italiques renvoient aux pages du deuxième fascicule.

- Aristote 1-4, 11, 19  
Arnauld A. 11  
Beth E.W. 19  
Blanché R. 9, 19  
Bochenski J.M. 19  
Bolyai J. 6  
Boole G. 8-12, 19 / 125  
Boolos G. 113  
Bourbaki N. 19  
Bouvier A. 36  
Brouwer L.E.J. 15-16  
Cantor G. 7-8, 10-11, 19, 72, 90, 92, 95 / 125  
Chomsky N. 18, 34  
Church A. 59-60, 62, 95 / 91-92, 95, 113, 125-126  
Cohen P.J. 93, 95  
Combès M. 19  
Crossley J.N. 19, 93, 95  
Davis M. 54  
Dedekind J.W.R. 8, 11 / 68  
De Morgan A. 11  
Detlovs V. 91  
Dieudonné J. 37  
Dubarle D. 55, 125  
Dumitriu A. 19 / 90  
Euclide 2-3, 5, 12, 19 / 36  
Fermat P.S. 54  
Fraenkel A. 73 / 54  
Frege G. 11-15, 19, 72 / 125  
Gauss J.F.K. 6  
Gentzen G. 66  
George M. 36  
Gödel K. 1, 17-18, 93, 95 / 37, 53-55, 90-92, 108, 110, 122, 125-126  
Godement R. 75, 90, 95  
Grassmann H. 68  
Grize J.-B. 72  
Grzegorzcyk A. 113  
Guillaume M. 1, 19  
Henkin L. 52-53  
Herbrand J. 17 / 91  
Hilbert D. 15-18, 60 / 54, 68, 125  
Hunter G. 62, 95 / 52  
Joergensen J. 9, 19  
Kemeny J.G. 71, 95  
Kleene S.C. 91, 113, 117, 123  
Klein F. 7, 19  
Kline M. 19  
Kneale M. 19 / 91  
Kneale W. 19 / 91  
Kotarbinski T. 11, 19  
Lambert J.H. 6  
Leibniz G.W. 1, 3-4, 11, 13, 19 / 37, 54  
Lindenbaum A. 42  
Lobatchevski N.I. 6  
Löwenheim L. 51, 125-126  
Lukasiewicz J. 36, 62, 95  
Lulle R. 3  
Markov A.A. 91-92  
Martin R. 113  
Mendelson E. 82, 117, 123-124  
Merleau-Ponty M. 27, 95  
Monk J.D. 113  
Nicole P. 11  
Pascal B. 5, 19  
Peano G. 8 / 69  
Planck M. 6-7  
Post E. 60-62, 95  
Presburger M. 71  
Raggio A.R. 18-19  
Riemann G. 6  
Robinson R.M. 67  
Rosser J.B. 119  
Russell B. 11, 13-16, 19, 73, 93, 95 / 125  
Skolem T. 51, 82, 125-126  
Stoïciens 3  
Tarski A. 18 / 42, 93  
Turing A.M. 91-92  
van Dalen D. 113  
van Heijenoort J. 13, 19, 62, 95 / 51  
von Neumann J. 54  
Whitehead A.N. 19, 73  
Zermelo E. 73 / 54

## INDEX DES MATIERES

### Introduction à la théorie des systèmes formels

Les définitions numérotées se trouvent aux pages soulignées ici. Les italiques renvoient aux pages du deuxième fascicule.

- addition 99
- aleph-zéro 90
- algèbre logique (algèbre de Boole) 8-10
- algorithme de Markov 91-92
- alphabet 20-22, 36 / 2-3
- analyse 8, 10 / 68
- antinomie (contradiction) de Russell 13-16
- appareil déductif 52, 56-57, 63 / 8
- appartenance 72-73
- application 52-54, 87-89 / 95
  - bijective 89
  - injective 89
  - surjective 89
- Arithmetices principia* 69
- arithmétique 4, 8, 13, 15-17 / 1-2, 54, 62-90, 93, 95, 113
- arithmétique de Robinson 67
- L'art de penser* 11
- assignation de valeurs 53
- axiome
  - (ebf) 17, 20, 24-25, 38, 52, 55, 63 / 6-7, 22-25, 41, 54, 68-71
  - (vérité première) 3-8, 14, 16, 25
  - de choix 92-93
  - propre (de système appliqué) 1, 7, 32, 70-71
- Begriffsschrift* 12-13
- calculabilité 55, 64, 66, 90-95, 109, 113
- calcul logique 3, 8-12, 63
- caractéristique 55
- cardinalité d'un ensemble 74, 78-79, 91-92
  - voir aussi* puissance d'un ensemble
- catégoricité 70 / 31, 40 (relativement à la fermeture), 41-42, 45
- champ de quantificateur 5
- classe
  - universelle 9
  - vide 9
  - voir aussi* ensemble
- compacité 56
- complétude 58, 62-64 / 42, 71
  - relativement à l'ensemble de toutes les fonctions de vérité qui sont des tautologies 64
  - sémantique 63-64, 68 / 34-53
  - syntactique 31, 32-34
- compréhension 10, 83-84, 87
- concaténation 23
- conclusion 30-33, 57, 59
  - sémantique 56-57, 59
  - syntactique 8
- connecteur 36 / 2
- conséquence
  - immédiate 25-26, 38
  - sémantique 52, 57
  - syntactique 57
- consistance 59-62, 71 / 30, 42
  - absolue 60-61
  - dans le sens de Post 60-61
  - relativement à la négation 61
  - relativement à une transformation 60
  - sémantique 61
  - syntactique 61
- constante d'objet 2, 14
- contradiction 51
- couple 82
- décidabilité 26, 29, 58, 70 / 41, 54-67, 90, 103, 113-114
- déduction 29-31, 39, 52
- déduction naturelle 47-51 / 13-14, 66
- définissabilité 113-114, 115-124
- définition
  - inductive 22
  - voir aussi* compréhension, extension
- démonstration 2, 12-13, 16-17
- dénombrable, *voir* l'infini dénombrable
- dépendre de (dépendance d'une ebf par rapport à une hypothèse) 2
- domaine
  - de valeurs 52-53 / 16
  - d'objets 16

effectivité 17, 20, 26 / 42, 111-112  
égalité  
  d'ensembles 73-74  
  de vecteurs 82  
  relation d'égalité 72  
élément d'un ensemble 72, 75  
*Eléments* 5  
ensemble 72, 74-75  
  complémentaire 76  
  des parties d'un ensemble 78-79, 81  
  fini 86  
  infini 86, 89-93  
  produit 83-85  
  vide 75-76  
  *voir aussi* classe  
énumérable, *voir* l'infini dénombrable  
équipotence d'ensembles 74, 85, 90  
équivalence d'ensembles 74, 85  
évaluation 52-53, 54 (L°), 55 / 18-19 (S)  
expression bien formée 17, 20, 23-24, 37,  
  52 / 3-4, 9, 35-40  
extension 10, 83-84, 87 / 15-16  
extension d'un système formel 34, 35, 40-  
  45  
  
factorielle 100-101  
fermeture 21, 22  
finitude, procédés finitistes 17-18, 55-56  
  / 21  
first order equation 51  
fleeing equation 51  
foncteur 2, 15-16  
  *voir aussi* organisation fonctionnelle  
fonction 92-95  
  bêta 122-123  
  caractéristique 63-64, 90, 103, 113  
  lambda-définissable 91-92  
  partielle 112  
  projection 96, 117  
  récursive 66, 90-124  
  récursive générale 110, 112-113  
  récursive primitive 95-108, 109-110,  
  113  
  successeur 96, 116  
  totale 112  
  zéro 95, 114-115  
fondé (propriété de système) 63  
fondements des mathématiques 1, 8, 12-17  
  / 68, 125  
formalisme 15 / 125-126  
forme normale 52  
*Formulaire mathématique* 69  
formule atomique 4  
formule propositionnelle associée 27-30  
  
généralisation (règle) 7, 21-22

géométrie 3-8, 12, 14, 16  
g-nombre, *voir* nombre de Gödel  
*Grundgesetze der Arithmetik* 12-14  
  
hypothèse 30 / 9  
hypothèse du continu 92-93  
  
image 88 / 24, 28  
inclusion 72-74, 76  
incomplétude 55  
indécidabilité 62-67  
indépendance d'axiomes 55, 71  
induction 8, 80 / 66, 71  
inégalité, objet formel 81  
l'infini 1, 5, 8, 10-11, 18, 75, 85-86,  
  89-93 / 55  
  actuel 86  
  dénombrable 89-91 / 35-40, 42-52  
  potentiel 86  
informatique 18  
*Initiation à la logique* 125  
instance de tautologie 23  
interpolation 57  
interprétation 52 (L°), 53-59, 64, 68 / 14,  
  16 (S), 17-18, 31, 74-83  
intersection 77  
intuition 5-7, 16, 18 / 68  
intuitionnisme 15-16  
  
langage formel 3, 20, 52, 57, 63-64  
*Laws of Thought* 9  
lemme 48  
lemme de Lindenbaum 42  
lettre (élément d'un alphabet) 21  
libre pour (terme libre pour une vari-  
  able) 6  
linguistique 18  
logicisme 11-15  
logique  
  bivalente 52  
  des classes 9  
  des prédicats 3, 35, 56 / 1-2, 8-34,  
  53-62, 66-67  
  des propositions 3, 9, 35-71 / 1-2, 8,  
  14, 22, 33-34  
  naturelle 125  
  polyvalente 52, 54  
logiquement valide 55 (L°), 56-59, 63-64  
  / 19 (S), 21-25, 30, 61-62  
logiquement valide sur oméga 19-21  
  
machine de Turing 91-92  
M-contradiction, -non-contradiction 56  
métalangage 20  
métalogique 31  
métamathématique 16-17

métathéorème 31  
minimalisation généralisée 111-112, 117, 124  
modèle 55 (L°), 56-57 / 31 (S), 32, 42-52  
  non standard 82  
  normal 82  
  standard 82  
modus ponens 38, 47, 58 / 7, 21  
monoïde libre 23  
mot (suite finie de lettres) 23  
multiplication 99-100  
  
N 74-75, 90-92 / 68, 95  
nombre, numérotation de Gödel 37-40, 90, 108, 110  
nombre premier 36  
non-contradiction 2, 16-17, 58-59, 61-62, 71 / 27, 30-32, 35, 40-52, 66  
  *voir aussi* M-non-contradiction  
numéral 70  
n-uple 82  
n-valide 61  
  
oméga  
  -complet 83  
  -consistant 83  
  -incomplet 83  
  -inconsistant 83  
opération 84-85 / 15-16, 28, 93, 98-101, 117-124  
ordre de système 2  
organisation fonctionnelle 16, 28, 75  
organisation relationnelle 16, 28, 75  
  
parenthèses 36-37 / 3  
*Pensées* 5  
postulat 3-7  
postulat des parallèles 5-7  
prédicat 36 / 2, 15, 28-29  
premier ordre 2  
*Premiers analytiques* 2  
prémisse de règle 25  
preuve 27-29, 39, 52, 70  
*Principia mathematica* 15 / 54  
programme d'Erlangen 7  
propriété 1, 15  
puissance  
  du continu 92  
  du dénombrable 89-91  
  d'un ensemble 74-75, 89-92  
  opération de puissance, objet formel 79  
  *voir aussi* cardinalité d'un ensemble  
  
Q 74 / 68  
Q<sup>+</sup> 90-91

quantificateur  
  existantiel 4  
  universel 4, 13-14  
  
R 74, 92 / 68  
récurrence 80 / 98-101, 117, 122-124  
  *voir aussi* induction  
réflexivité 72  
règle  
  de choix 119  
  d'inférence 20, 25-26, 38, 47-52, 63 / 7, 21-22, 54, 72-74  
relation 1, 15, 28, 93, 109  
  fonctionnelle 93  
  primitive récursive 103-108  
  univoque 93  
  *voir aussi* organisation relationnelle  
remplacement 73-74  
représentabilité 63-64, 66, 113-114  
réunion 76-77  
rigueur 2, 4  
  
satisfaisable 51  
schéma  
  d'axiome 25, 38, 58, 71 / 6, 23-25  
  de déduction 39  
  de tautologie 23  
  de théorème 39-40  
science déductive 2-5, 7, 14, 18  
*Seconds analytiques* 2  
sémantique 9, 18, 27, 52, 57, 59-63 / 14-21, 125  
substitution 72, 96-98, 117-122  
syllogisme 2, 11  
symétrie 72-73  
syntaxe 9, 17-18, 27, 52, 57, 59-60, 62-63 / 37-40, 90, 125  
système  
  appliqué 1, 63, 68  
  arithmétique minimal 63-89, 113-114  
  axiomatique 3, 17  
  combinatoire 33  
  de Chomsky 34-35  
  hypothético-déductif 12, 17  
  pur 1  
  semi-thueien 33-34  
  
tautologie 55-56 / 21-23  
  *voir aussi* instance de tautologie, schéma de tautologie  
tenir constant (variable tenue constante relativement à une hypothèse) 10  
terme 3, 6, 17-18  
terme fermé 46  
terminologie 42

théorème 27-29, 31, 39, 58, 60, 63-64, 70  
/ 8

---

de Church 126

de la déduction

pour  $L^\circ$  40-45

pour S 8-9, 11-13

de Fermat 54

de Gödel 55, 66, 125-126

de Löwenheim-Skolem 51, 126

théorie

axiomatique 41, 42

de la preuve 52, 57

des algorithmes 91

des ensembles 1, 8, 10-11, 72-93 / 54

système Russell-Whitehead (théorie  
des types) 15, 73

système Zermelo-Fraenkel 73 / 54

des modèles 52, 57

des types 15

thèse de Church 91, 95, 125

thèse généralisée de Church 91-92, 113

transitivité 72-73

triplet 82

univers du discours 9

univocité 93-94

validité 52, 55

*voir aussi* n-valide

validité logique, *voir* logiquement valide

variable d'objet 2, 10, 14

libre 5

liée 5

vecteur 81-82

vérité première, *voir* axiome

*Was sind und was sollen die Zahlen?* 68

---

Z 74

Zermelo-Fraenkel, *voir* théorie des  
ensembles